Mathias Norqvist - Umeå universitet

SPELAR DET NÅGON ROLL VILKA UPPGIFTER ELEVERNA TRÄNAR MED?

En situation från ett klassrum

E: Blir $x^3 \cdot x^5 = 2x^{15}$?

L: Nej, $x^3 \cdot x^5$ blir x^8.

E: Jaha, då förstår jag!

Varför funderade inte eleven själv utifrån principerna?

$x^3 \cdot x^5 = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = x^8$

Exempel ur en lärobok - Gymnasiet

Räkna med potenser

Multiplikation med potenser

Om du till exempel vill räkna ut $10^2 \cdot 10^3$ kan du skriva det som en multiplikation med fem faktorer 10.

$$10^2 \cdot 10^3 = \underbrace{10 \cdot 10}_{10^2} \cdot \underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10}_{10^3} = 10^5$$

Som du ser kan du vid multiplikation av potenser med samma bas addera exponenterna.

$$10^2 \cdot 10^3 = 10^{2+3} = 10^5$$

Division med potenser

När man räknar en division kan man göra på liknande sätt.

$$\frac{10^5}{10^2} = \frac{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \cancel{10} \cdot \cancel{10}}{\cancel{10} \cdot \cancel{10}} = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$$

Som du ser kan du vid division av potenser med samma bas subtrahera exponenterna.

$$\frac{10^5}{10^2} = 10^{5-2} = 10^3$$

När potenser med samma bas multipliceras med varandra adderas exponenterna.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

När potenser med samma bas divideras med varandra subtraheras exponenterna.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

När en potens har exponenten 0, är potensens värde lika med 1.

$$a^0 = 1$$

EXEMPEL

a) $10^2 \cdot 10 \cdot 10^4$ b) $\frac{2^7}{2^3}$ c) $\frac{5^4 \cdot 5^2}{5^3 \cdot 5^3}$

a) $10^2 \cdot 10 \cdot 10^4 = 10^{2+1+4} = 10^7$

Observera att $10 = 10^1$.

b) $\frac{2^7}{2^3} = 2^{7-3} = 2^4$

Räkna först ut täljarna och nämnarna.

c) $\frac{5^4 \cdot 5^2}{5^3 \cdot 5^3} = \frac{5^6}{5^6} = 5^{6-6} = 5^0 = 1$

Observera att potensens värde är 1 när exponenten är 0.

Svar: a) 10^7 b) 2^4 c) 1

Exempel ur en lärobok – Åk 5

Sammansatta figurer

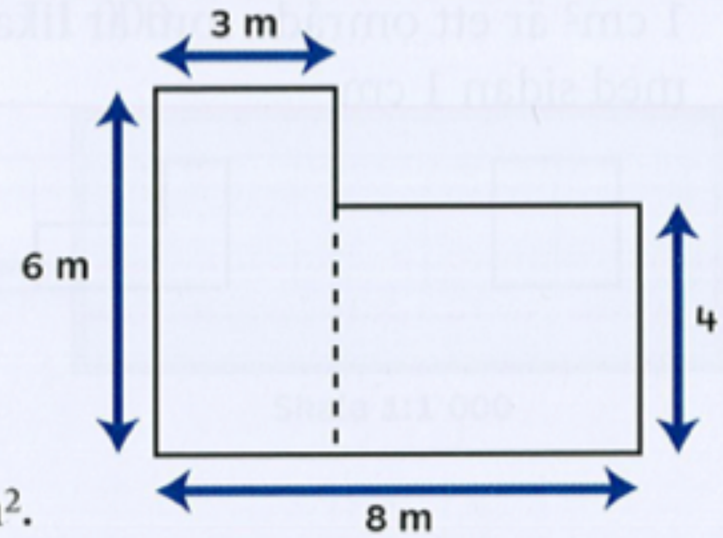
Här är en ritning av en uteplats.
Uteplatsen har formen av två rektanglar.

Den ena rektangeln har arean
$6 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} = 18 \text{ m}^2$.

Längden i den andra rektangeln är
$8 \text{ m} - 3 \text{ m} = 5 \text{ m}$.

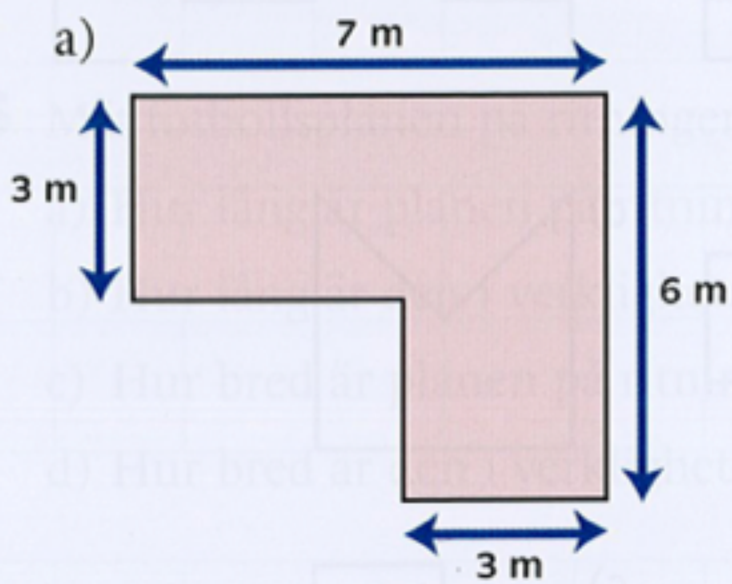
Den rektangeln har arean $5 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} = 20 \text{ m}^2$.

Uteplatsens area är $18 \text{ m}^2 + 20 \text{ m}^2 = 38 \text{ m}^2$.

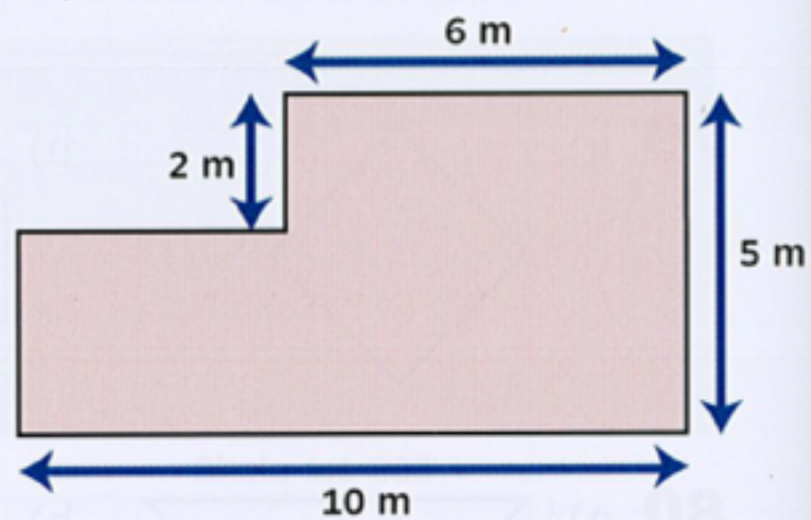


83 Räkna ut arean.

a)



b)



Uppgifter som tillåter eftertanke och principer - åk5

127 Amy har under våren deltagit i Maran, Stadsloppet och Kom i form. Nicole har deltagit i alla lopp.
Hur långt har

a) Amy sprungit

b) Nicole sprungit

c) Amy och Nicole sprungit sammanlagt

Uppgifter som tillåter eftertanke och principer - åk5

127 Amy har under våren deltagit i Maran, Stadsloppet och Kom i form. Nicole har deltagit i alla lopp.
Hur långt har

~~a) Amy sprungit~~

~~b) Nicole sprungit~~

c) Amy och Nicole sprungit sammanlagt

Uppgifter som tillåter eftertanke och principer - Gy1

I en rektangel är sidorna 6 cm och 8 cm långa. Den kortare sidan förlängs med 25% och den långa förkortas med 30%.

a) Hur långa blir de nya sidorna?

b) Hur stor area får den nya rektangeln?

c) Hur många procents skillnad är det mellan den gamla och den nya rektangelns area?

Uppgifter som tillåter eftertanke och principer - Gy1

I en rektangel är sidorna ~~6 cm och 8 cm~~ långa. Den kortare sidan förlängs med 25% och den långa förkortas med 30%.

~~a) Hur långa blir de nya sidorna?~~

~~b) Hur stor area får den nya rektangeln?~~

c) Hur många procents skillnad är det mellan den gamla och den nya rektangelns area?

Uppgifter som tillåter eftertanke och principer - Gy1

I en rektangel förlängs den ena sidan med 25% och den andra förkortas med 30%.

Hur många procents skillnad är det mellan den gamla och den nya rektangelns area?

Huvudprojektet

Learning mathematics by creative and imitative reasoning (LICR)

Huvudprojektet

Learning mathematics by creative and imitative reasoning (LICR)

Matematik-didaktik	Neuro-vetenskap
Ögonrörelser	IKT

Tid

Start

Kognitivt test

Inom 2 veckor från kog.test

Träning CMR

Träning AR

6-8 dagar efter träning

Dator

Test

fMRI

AR-uppgift

När kvadrater placeras i en rad ser det ut som i figuren till höger. Det behövs 13 tändstickor till fyra kvadrater.

Om x är antalet kvadrater så kan antalet tändstickor y beräknas med funktionen $\boxed{y=3x+1}$

Exempel: Om 4 kvadrater placeras i en rad så behövs

$y=3x+1=3\cdot4+1=13$ tändstickor.

Hur många tändstickor behövs för 6 kvadrater i rad?

CMR-uppgift 1

När kvadrater placeras i en rad ser det ut som i figuren till höger. Det behövs 13 tändstickor till fyra kvadrater.

Hur många tändstickor behövs för 6 kvadrater i rad?

2

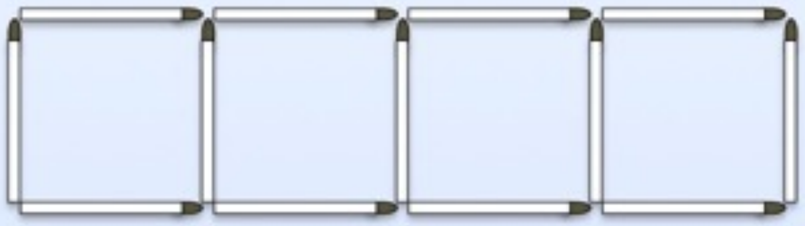
CMR-uppgift 2

När kvadrater placeras i en rad ser det ut som i figuren till höger. Det behövs 13 tändstickor till fyra kvadrater.

Hur många tändstickor behövs för 50 kvadrater i rad?

Sista CMR-uppgiften

När kvadrater placeras i en rad ser det ut som i figuren till höger. Det behövs 13 tändstickor till fyra kvadrater.



Anta att x är antalet kvadrater som placeras I rad och y är antalet tändstickor som behövs för att skapa kvadraterna. **Hur kan du beskriva y som en funktion av x?** Till exempel är, y=13 om x=4 enligt figuren. Att y är en funktion av x betyder att det fins ett samband mellan dem. Till exempel $y=14\cdot x$, $y=12-x$, $y=2x+3$, $y=3/x$ eller något annat samband.

3

Testet

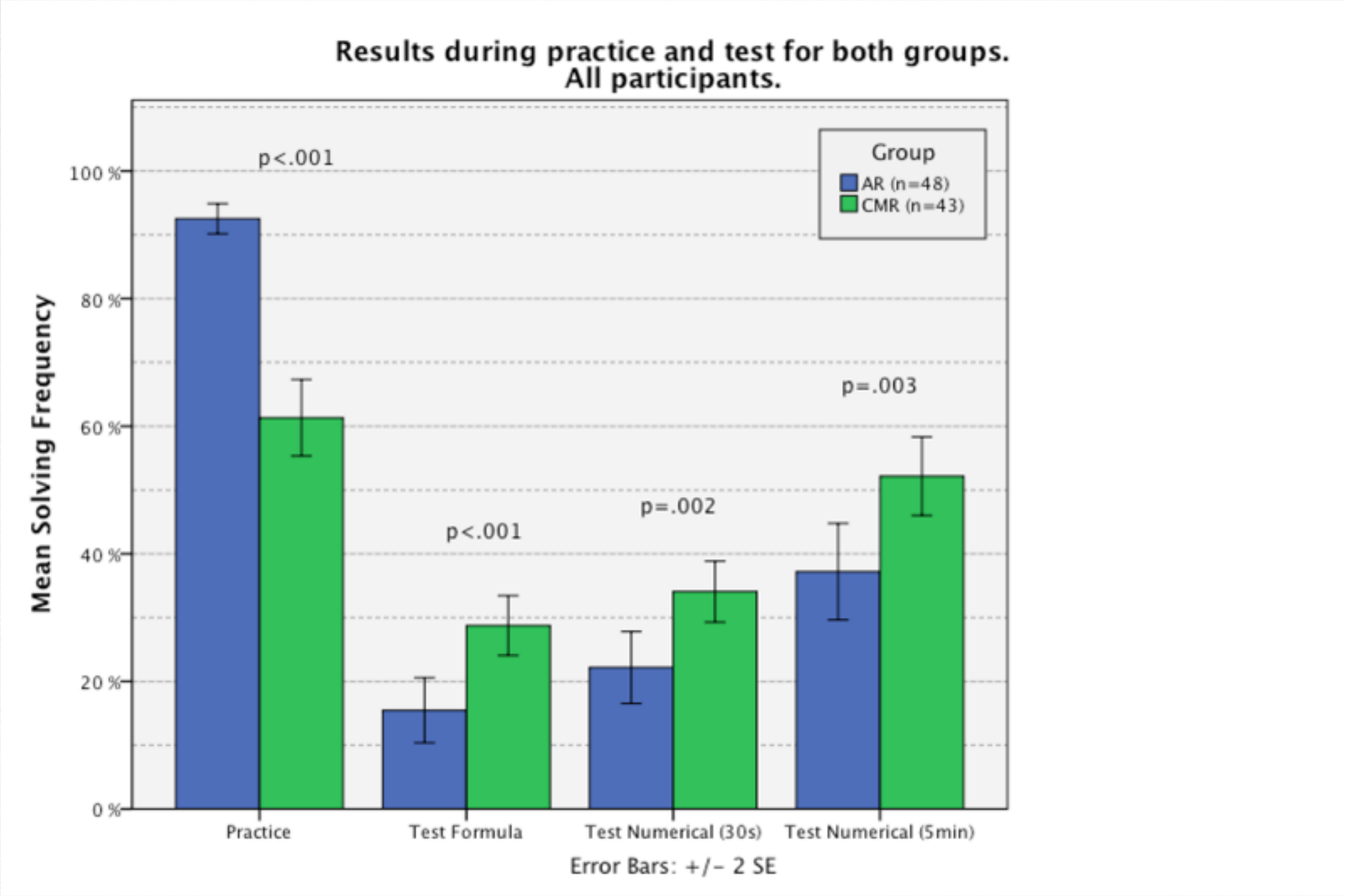
Tre uppgifter per träningsset (formel)

1. Fråga efter formeln - 30 sekunder
2. Fråga efter ett numeriskt svar - 30 s
3. Samma numeriska fråga - 5 minuter

Förväntade resultat

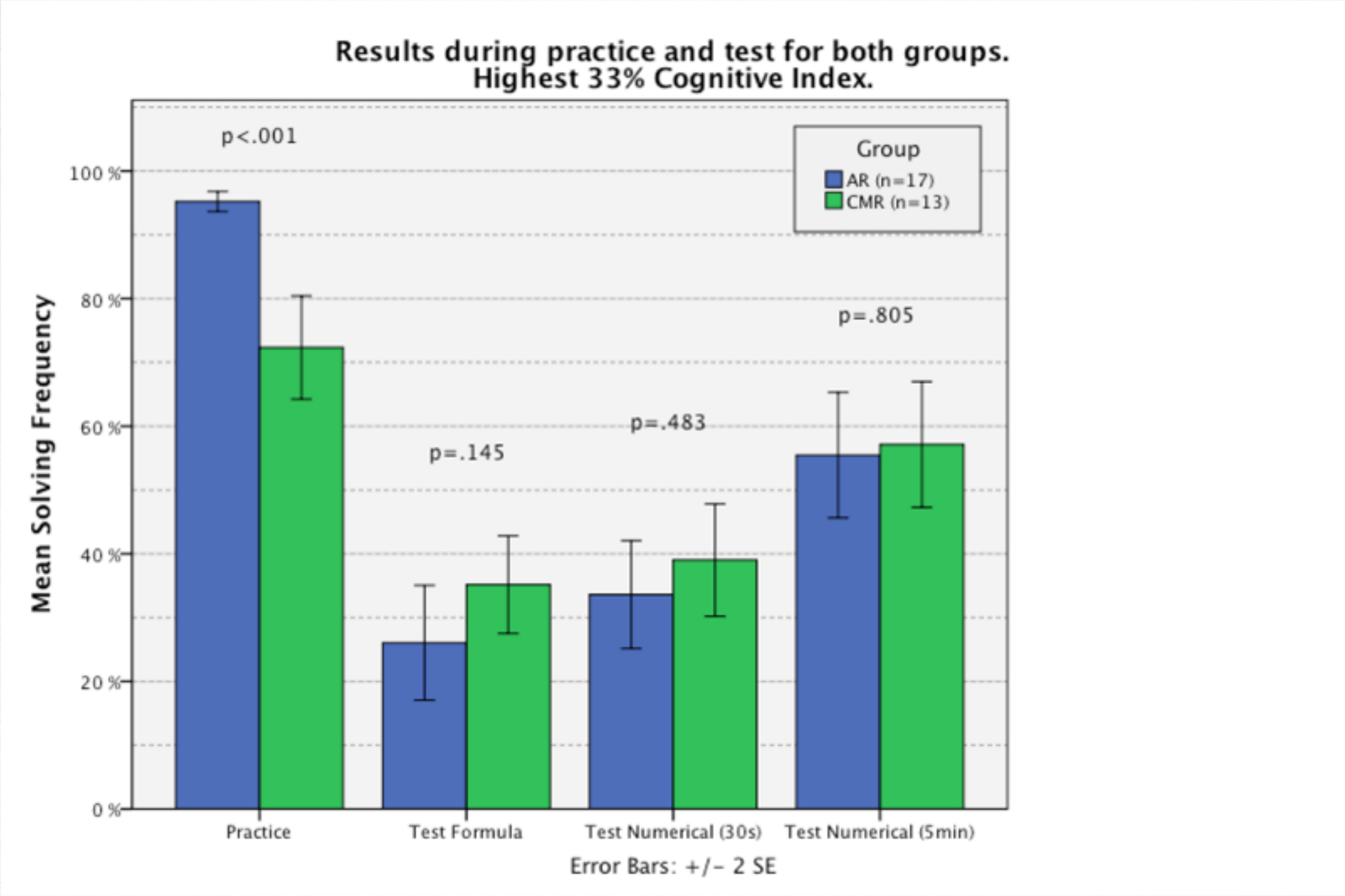
- AR-gruppen antogs prestera mycket bättre under träningen.
- CMR-gruppen antogs prestera aningen bättre på testet.
- Högt kognitivt index extra viktigt i CMR-träning. (Enligt gängse uppfattning)

Resultat



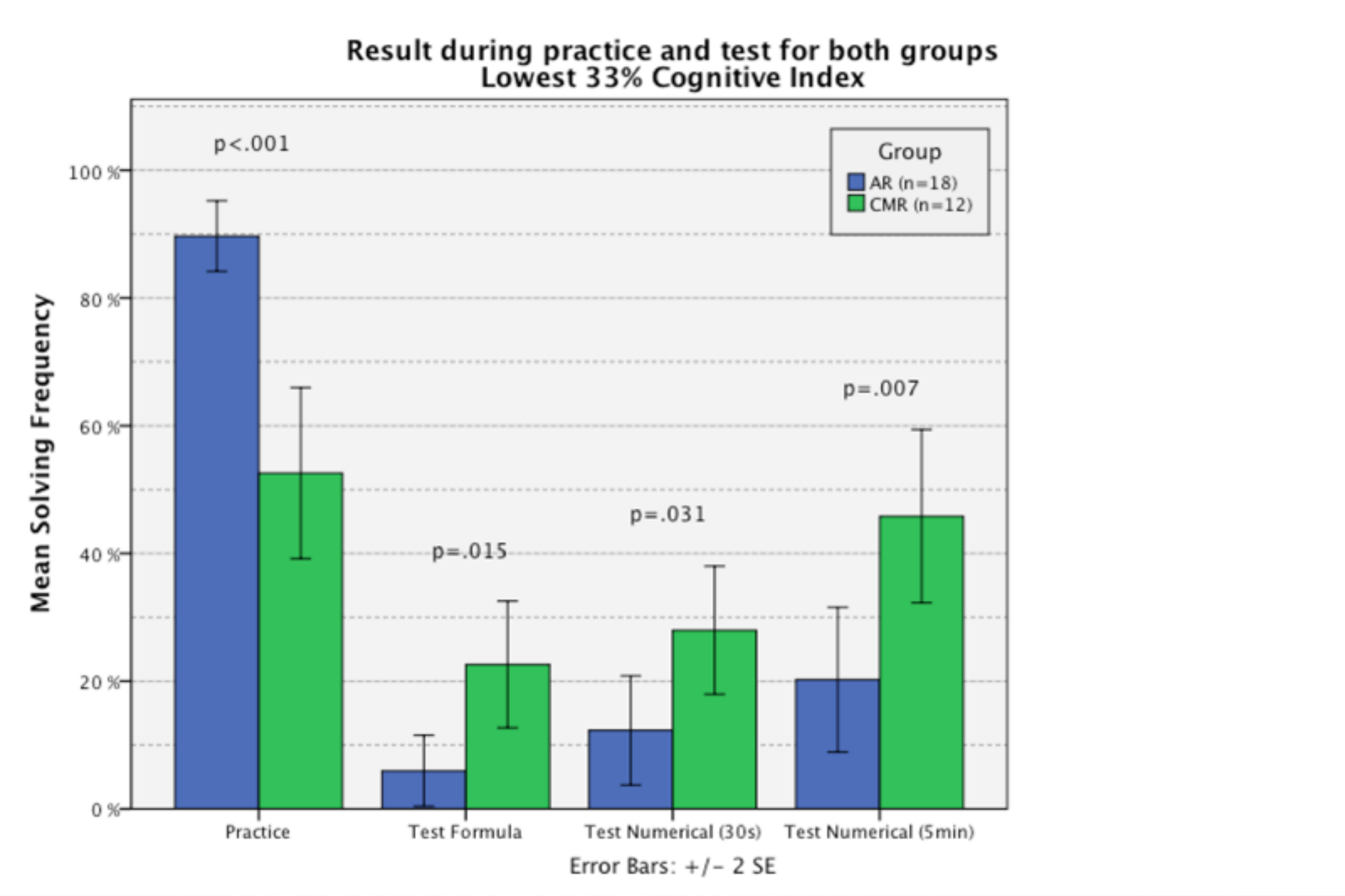
Results during practice and test for both groups.
All participants.
Group
AR (n=48)
CMR (n=43)
Mean Solving Frequency
100 %
80 %
60 %
40 %
20 %
0 %
p<.001
p<.001
p=.002
p=.003
Practice
Test Formula
Test Numerical (30s)
Test Numerical (5min)
Error Bars: +/- 2 SE

Resultat



Results during practice and test for both groups.
Highest 33% Cognitive Index.
Mean Solving Frequency
100 %
80 %
60 %
40 %
20 %
0 %
p<.001
p=.145
p=.483
p=.805
Group
AR (n=17)
CMR (n=13)
Practice
Test Formula
Test Numerical (30s)
Test Numerical (5min)
Error Bars: +/- 2 SE

Resultat



Result during practice and test for both groups
Lowest 33% Cognitive Index
Mean Solving Frequency
100 %
80 %
60 %
40 %
20 %
0 %
p<.001
p=.015
p=.031
p=.007
Group
AR (n=18)
CMR (n=12)
Practice
Test Formula
Test Numerical (30s)
Test Numerical (5min)
Error Bars: +/- 2 SE

fMRI-kamera

(functional magnetic resonance imaging)

Hjärnavbildning

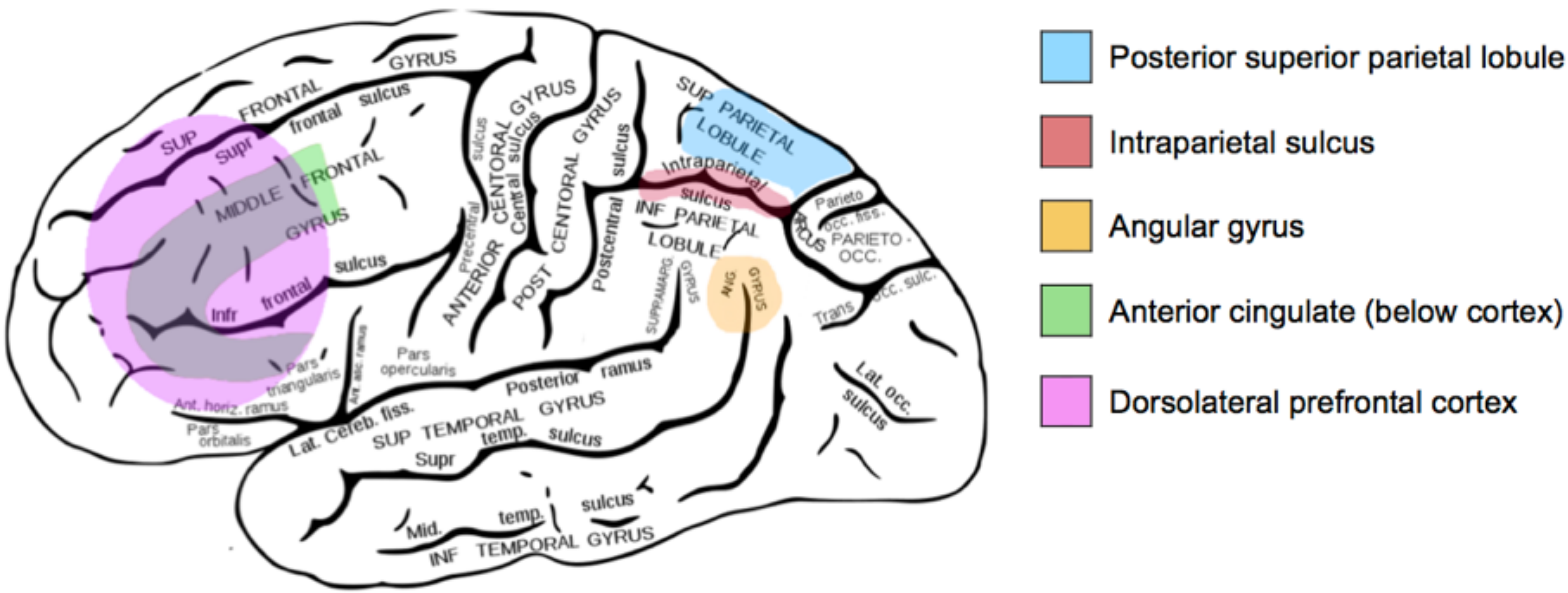
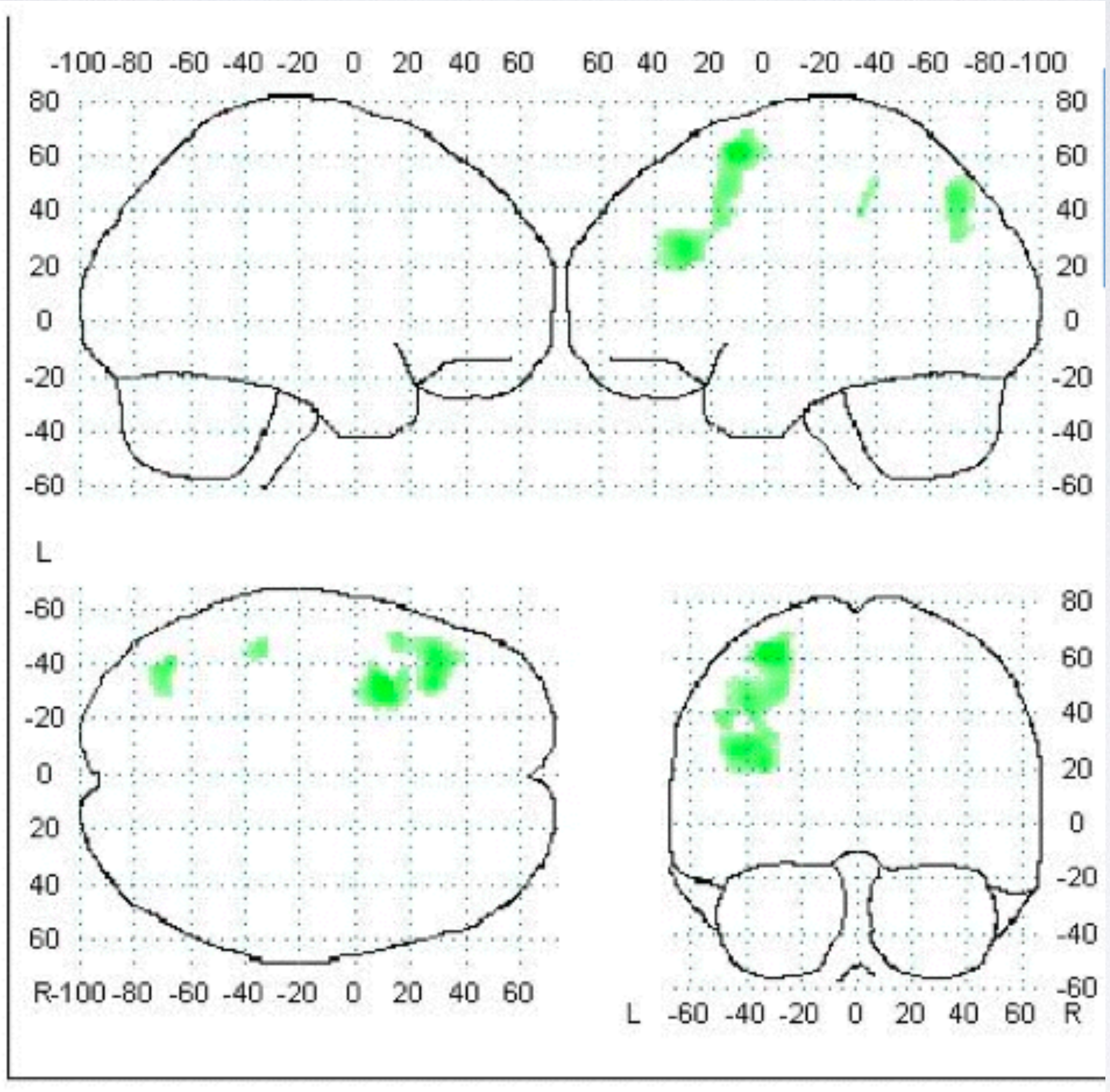


Figure 3: The brain areas building up the mathematics network



Områden där AR-elever har högre aktivitet än CMR-elever. ($p<0.005$)

Några slutsatser

- CMR-gruppen presterade bättre än AR-gruppen.
- CMR är mest fördelaktigt för elever med lägre kognitiva förutsättningar.
- Vid AR-träning är kognitiva förutsättningar det viktigaste för testresultatet. Vid CMR-träning är en lyckad träning det viktigaste!
- AR gav ökad hjärnaktivering vid test.

Implikationer för undervisning

- Svagare elever kan arbeta med kreativa resonemang och drar mer nytta av detta än starka elever.
- Vid CMR-träning kan läraren påverka hur träningen lyckas genom att ”knuffa” i rätt riktning = bättre testresultat. De kognitiva förutsättningarna som är viktiga vid AR-träning är svårare att påverka för läraren.
- Kreativa resonemang kräver inga stora, komplicerade och tidskrävande projekt.

Projektets framtid

- Arbete med ögonrörelsestudier.
- Arbete med IKT-studier.
- Observationsstudie i hur befintliga möjligheter till CMR nyttjas i klassrummet.
- Planering inför klassrumsexperiment.
- Planering inför nya fMRI-studier.
- Planering inför en ”tänka högt”-studie som fokuserar lärandeprocessen i de olika resonemangstyperna.

Mathias Norqvist
Institutionen för matematik och matematisk statistik
Umeå Forskningscentrum för Matematikdidaktik (UFM)
Umeå Universitet
mathias.norqvist@math.umu.se

Tack för er uppmärksamhet!