

Mullsjö 2015-06-16

Elevkonstruerade matematikuppgifter,
en väg till ökad matematisk
begreppsförståelse?

Kent Nordbakk

Östersund 2014

Handledare: Marie Jacobson

Berörda punkter

- Egen bakgrund
- Uppslag till projektet
- Undersökningsfrågor
- Litteraturstudie
- Aspekter ur LGR 2011
- Metod och genomförande
- Undersökta områden
- Resultat

Bakgrund

- Gymnasielärare ekonomiprogrammet, Östersunds Gymnasieskola, ett år
- Matematik- och Nollärare i 13 år
- Matematiklyftet 2013-2014
- Eu-projekt, matematik i skolan
ht 2011- vt 2013

Uppslag för projekt

- Arbete med matematikböcker, uppifrån och ned
perspektiv
- Didaktiska kontrakt
- Formativ bedömning, nedifrån och upp
- Konstruera egna tentamenuppgifter

Undersökningsfrågor

1. Skapar det ett engagemang och motivation för att lära matematik hos eleverna genom att de konstruerar egna matematikuppgifter?
2. Hur står sig resultatet av de egenskapade uppgifterna i relation till kunskapskraven och skolverkets bedömningsunderlag i matematik?

Litteraturstudie

Motiverande faktorer

Inre motivation, styrs av inre kraft eller intresse att utföra en handling

Yttre motivation, orsak till handling ligger utanför personen, t.ex. i form av en belöning eller mål

Prestationssituation

Enligt (Imsen, 1992) är en orsak till att ta sig an en uppgift i en prestationssituation en balans mellan två impulser:

lusten att ta sig an uppgiften med utgångspunkt i ett prestationsmotiv och

till vilken grad personen bedömer sig klara uppgiften.

Framgångsmotivet

Den framgång, framgångsmotivet, som uppkommer när prestationsmotivet har triggat en handling är en produkt av tre förhållanden,

ett grundläggande framgångsmotiv,

individens subjektiva värdering när det gäller

sannolikheten att nå framgång och

en subjektiv värdering av värdet att nå framgång.

Styrka i framgångsmotivet

Styrkan i framgångsmotivet är olika hos olika personer samt att det bror på situationen individen befinner sig i.

En medelsvår uppgift som bedöms som rimlig att klara av och som innehåller en lagom del osäkerhet är gynnsamt för att trigga det latent framgångsmotivet.

(Imsen, 1992)

Inläringsteorier

Skolpsykologer har tidigare funderat på att finna en teoretisk lösning som förklarar individuella skillnader hos elever i inläringssituationer och hur dessa skillnader praktiskt ska hanteras.

Ett fokus lades då på en kategorisering av modeller i förhållande till individens respons på en uppgift, det vill säga, ett lärcentrerat närmande av utbildning som skapat tanke- och inlärningsmodeller. (Rayner och Riding, 1998)

Inläringsteorier

(Imsen, 1992), hänvisar till Piaget om att inläringsteori måste ha sin utgångspunkt i att börja bygga kunskap på det som redan finns hos eleven, att ha utgångspunkter i elevernas egna strukturer.

Inlärningsteorier

(Lundh, Montgomery och Waern, 1992) menar att problemlösningsprocesser är successiva förändringar av ett kunskapstillstånd. Processerna pågår tills ett eller flera måltillstånd är uppnådda.

För att en förändring skall komma till stånd, måste det aktuella kunskapstillståndet påverkas på ett sätt att en förändring kommer igång och skapar ett nytt kunskapstillstånd.

Inlärningsteorier

Grundtanken är dock, enligt den kognitiva inlärningssynen, menar (Walldal, 1995) att människan har en vilja att lära och genom ett undersökande förhållningssätt tränas i ett livslångt lärande.

Inlärningsteorier

(Lundh, Montgomery och Waern, 1992) menar att problemlösningprocesser är successiva förändringar av ett kunskapstillstånd. Processerna pågår tills ett eller flera måltillstånd är uppnådda.

Inlärningsteorier

För att en förändring skall komma till stånd, måste det aktuella kunskapstillståndet påverkas på ett sätt att en förändring kommer igång och skapar ett nytt kunskapstillstånd.

Inläringsteorier

Förändringen kommer till stånd via kognitiva operationer. De operationer en person har tillgängliga för att bearbeta kunskap kallas kognitiv kompetens.

Med den kognitiva kompetensen kan en person röra sig från det ena kunskapstillståndet till ett nytt tillstånd eller måltillståndet.

Inläringsteorier

Kognitiva operationer kan vara att dra
slutsatser om nya områden från kunskaper vi redan
har.

(Lundh, Montgomery och Waern, 1992)

Aspekter ur LGR 2011

Skolväsendet vilar på en demokratisk grund och enligt skollagen (2010:800) fastställs att utbildning inom svenska skolväsendet skall syfta till att elever inhämtar och utvecklar kunskaper och värden, vilket också skall syfta till elevers framtida utveckling och lusta att lära.

(Skolverket, 2011)

Aspekter ur LGR 2011

Genom utbildning i grundskolan är syftet att varje elev skall finna sin egen personliga egenart, vilken ligger till grund till ett obundet deltagande och förmåga att komma till sin rätt i samhället.

Vidare har skolan till uppgift att vara vara öppen till enskilda uppfattningar och ställningstaganden och via en saklig och allsidig undervisning uppmuntra att de förs fram. (Skolverket, 2011)

Bedömning och problemlösning

Enligt Larsson (2013) är problemlösning ett sätt att komma åt och träna förmågor.

Gemensamt för många matematiska problem är att det finns många sätt att tänka kring dem, där eleven får kommunicera, resonera, utveckla räknefärdigheter och begreppsförståelse.

(Larsson, 2013)

Bedömning och problemlösning

Helenius (2013) menar också att när eleven tränar en förmåga är de övriga förmågorna hos aktiva elever också närvarande.

Förmågan att hantera rutinuppgifter är dock inte alltid med. Problemlösning och resonemang medför ofta att ett flertal förmågor blir berörda.

(Helenius, 2013)

Val av undersökningsmetod

Val av undersökningsmetod stod bland tre alternativ, fallstudie, teoribildning och aktionsforskning.

Val av undersökningsmetod

Fallstudie (Ejvegård, 2003) är användbar i många forskningssammanhang och ofta en alternativ forskningsväg tillsammans med andra metoder.

Teoribildning, (Ejvegård, 2003), en teori om hur något är tänkt ska fungera, inte en beskrivning av hur något verkligen fungerar. Teoribildning ger ingen övergripande bild, utan en förenklad bild av hur vissa delar kan tänkas hänga ihop och fungera tillsammans.

Val av undersökningsmetod

Aktionsforskning är ett återkommande begrepp när det gäller att utveckla en verksamhet, både inom privat och offentlig sektor.

Aktionsforskning har en utgångspunkt i praktiken och verkar för ett samarbete mellan forskning och praktisk tillämpning. Forskningens avsikt är att leda till förändring. (Rönnerman, 2004)

Metod aktionsforskning

Aktionsforskning är enligt (Bell, 2000) mer ett angreppssätt än en metod eller teknik för att med en praktiskt och problemlösande inriktning öka förståelse och förbättring under en längre tidsperiod.

Metod aktionsforskning

Förloppet med aktionsforskning kan ses ur ett bottom-up perspektiv, dvs utgår och utvecklas från användarens verklighet,

till skillnad från top-down perspektiv, där utomstående beslutar om vad som sker i en verksamhet.

Metod aktionsforskning

Med ett nedifrån-och-upp perspektiv kan då egna praktiska frågeställningar prövas för att finna nya vägar till förändring.

Utgångspunkten för forskningen måste då vara en delad syn på vad en förändring skall bestå i.

(Rönnerman, 2004)

Metod aktionsforskning

Till detta arbete har aktionsforskning valts, främst utifrån två aspekter. Det är den metod som känns ligga närmast till hand att använda i min profession och att den uppfyller mina önskningar om användbarhet.

Detta till exempel genom att metoden har en praktisk ansats och att den har för avsikt att öka förståelse och förbättringar av en verksamhet under en längre tidsperiod.

Metod aktionsforskning

Vidare att metoden bygger på ett bottom-up perspektiv, som i detta fall innebär att elevens situation är utgångspunkt till ett eventuellt förändringsarbete som kan bli aktuellt utifrån resultatet av denna undersökning.

Insamlad data blir kvantitativ via enkät om attityder, samt elevarbeten från en provliknande situation.

Undersökningsgrupp

Undersökningsgruppen har bestått av elever från fyra klasser i en grundskola från en stad i mellansverige: två årskurs sju, en årskurs åtta och en årskurs nio med totalt 84 elever.

Bortfallet har varit sju stycken, så totalt deltog 77 elever i undersökningen.

Genomförande

Några veckor innan själva arbetet med att låta elever konstruera egna uppgifter kontaktades två andra matematiklärare på skolan för att höra vilka områden i matematik de skulle beröra den närmaste tiden och om det fanns möjlighet att genomföra en undersökning i samband med de momenten.

Genomförande

När eleverna i aktuella klasser genomfört några lektioner inom sitt arbetsmoment fick de en presentation av detta projekt och uppgiften de skulle genomföra.

Detta skedde åtta till tio dagar före själva tillfället de skulle konstruera uppgifter.

Genomförande

Utöver att presentera projektet fick de samma underlag de senare skulle använda. Ansatsen var densamma som i skolverkets Kommentarmaterial till kunskapskraven i matematik, uppgift procent, sidan 11 (Skolverket, 2012).

Genomförande

Att en fiktiv elev inte varit på skolan

under den tid eleverna arbetat med aktuellt moment,
och att de sedan skulle förklara innebörden av aktuellt
moment för eleven och hur det går använda.

Slutligen skulle eleverna konstruera
matematikuppgifter till den fiktiva
eleven som belyser innebörden av momentet.

Genomförande

De moment de olika klasserna arbetade med var ekvationer, omkrets och area, diagram och procent.

Lärarna gjorde också bedömningen att elevarbeten med egna matematikuppgifter kunde ligga till grund för examination inom området.

Genomförande

Vid genomförandet arbetade eleverna självständigt med uppgifterna. Vidare avslutade de med att besvara en enkät om hur de uppfattat arbetssättet.

Inlämnade uppgifter kopierades och undervisande lärare fick originalen för den egna bedömningen.

Ekvationer, årskurs 9

En elev, Erik, har inte varit i skolan på ett tag och har inte varit med på genomgång av ekvationer.

1. Berätta för Erik vad ekvationer är och hur de går använda.
2. Gör några ekvationer som Erik kan lösa, på ett annat papper skriver du facit och tillvägagångssätt för att lösa varje ekvation du tillverkat.

Resultat ekvationer

Progression i elevarbeten börjar i att elever beskriver det praktiska förfarandet vid ekvationslösning, att höger och vänster led är lika.

Förändringar i ett led medför en likadan förändring i det andra ledet.

Resultat ekvationer

Elever beskriver också att en ekvation har ett okänt tal som går att lista ut genom att se på ekvationen, t.ex. i linjära ekvationer med x i ett led eller genom en division, t.ex. $x/4 = 25$

Ekvationerna är av den art att de går beräkna utan andra operationer.

Resultat ekvationer

På nästa nivå visar elever på mer handhavande i ekvationslösning, obekanta i båda leden och lösningsförfarande med ledvis eliminering. Eleverna ger även exempel på användningsområden för ekvationer, t.ex. att räkna om recept.

Resultat ekvationer

Elever som hamnar på de högre

betygen använder metoder som visar på mer förståelse av uttryck med okänd, t.ex. att delvis hoppa över elimineringsförfarandet och resonera om uttrycket, t.ex. $(3x-1)/(1+4x) = 1$, täljare och nämnare måste vara lika för att kvoten skall vara ett.

Resultat ekvationer

Eleverna visar också ett utvecklat redovisningsförfarande vid lösande av ekvationer med systematisk motivering av varje steg. De visar också på mera utvecklade tillämpningsområden samt att lösa ekvationer med prövning, att successivt ringa in värdet på x i uttryck de inte bekantat sig med i grundskolan.

Procent, årskurs 8

En elev, Elisabet, har inte varit i skolan på ett tag och har inte varit med på genomgång av procent.

1. Berätta för Elisabet vad procent är och hur de går använda.

2. Gör några uppgifter med procent som Elisabet kan lösa, på ett annat papper skriver du facit och tillvägagångssätt för att lösa varje uppgift du gjort till Elisabet.

Resultat procent

I en stigande betygsskala har eleverna på första nivån en förståelse för procentbegreppet och kan beskriva det. I flera fall beskriver eleverna samband mellan procent, bråk- och decimaltal.

De visar också en förståelse för beräkningar med jämna procenttal, t.ex. 20 och 25% rabatt.

Nästan genomgående är det dock en avsaknad av reflektion över resultatet. Ofta blir rabatten det pris som ska betalas och tvärtom.

I de egenkonstruerade uppgifterna håller sig varje elev ofta inom samma tema, t.ex. bankränta eller rabatt på inköp.

Även i nästa betygsnivå använder eleverna mer grundläggande procenttal och jämna hundra och tusental i uppgifterna.

Resultat procent

Skillnaden mot tidigare nivå är att eleverna har mer förståelse om vad de beräknar, om det är nya priset eller rabatten i kronor.

Varje eleverna har också en viss variation på de uppgifter de skapar.

Resultat procent

I ytterligare ett betygssteg har uppgifterna en ökad variation och att de innehåller uppgifter som inte alltid garanterar en heltalslösning.

Eleverna håller också i beräkningsprocessen på ett tydligare sätt och hamnar i slutändan på en korrekt utförd och redovisad lösning.

Resultat procent

Den elev som nått längst i

undersökningen hade inte tillrättalagda uppgifter utan behärskade begreppet utifrån situation.

Generellt kan nämnas att flertalet elever gick via att först beräkna en procent när de ville ta reda på det procentuella antalet, d.v.s. mer användande av en metod än en förståelse av begreppet.

Omkrets och area, årskurs 7

En elev, Anders, har inte varit i skolan på ett tag och har inte varit med på genomgång av omkrets och area.

1. Berätta för Anders vad omkrets och area är och hur de går använda.

2. Gör några uppgifter med omkrets och area som Anders kan lösa, på ett annat papper skriver du facit och tillvägagångssätt för att lösa varje uppgift du gjort till Anders.

Resultat omkrets och area

Alla elever deltagande elever kunde

beskriva skillnaden mellan omkrets och area och ge exempel på beräkningar med begreppen.

Resultat area och omkrets

I de mer grundläggande svaren beskrivs omkretsen till exempel med att plussa ihop sidorna och area med att gånga eller multiplicera sidorna.

Resultat area och omkrets

I de mer detaljerade svaren beskrivs omkretsen som längden runt en figur och arean hur mycket innehåll figuren har, samt att ange arean med enheten cm^2 .

Förslag på omkrets kan också vara från sammansatta geometriska figurer.

Resultat area och omkrets

För de elever som nått de högre betygen finns beskrivning om hur arean i en parallelogram kan beräknas,

detaljerad beskrivning om beräkning av triangelns area samt en uppgift att beräkna en kvadrats omkrets om arean är känd.

Diagram, årskurs sju

En elev, Stina, har inte varit i skolan på ett tag och har inte varit med på genomgång av diagram.

1. Berätta för Stina vad stolp-, stapel- och linjediagram är och hur de går använda.
2. Gör några uppgifter med stolp-, stapel- och linjediagram som Stina kan lösa plus att du skriver facit och tillvägagångssätt för att lösa varje uppgift du tillverkat.

Resultat diagram

Uppgiften bestod i att beskriva stolp-, stapel- och linjediagram och deras användningsområden.

De elever som inte nådde betyg i denna grupp hade börjat och kommit en bit på väg, vilket gav ett underlag att jobba vidare på.

Resultat diagram

För elever som nådde betyget E fanns korrekta beskrivningar av diagramtyperna och att de var i ett användbart sammanhang.

Eleverna med högre betyg beskriver lite mer ingående data som finns i diagrammen och att diagrammen är mer noggrant utformade.

Resultat diagram

Vanligaste elevtillverkade uppgifterna var att skapa och läsa av diagram utifrån tillhandahållna värden.

Ytterligare ett steg upp i betygsskalan använder eleverna diagram i ännu mer konkreta sammanhang.

Till exempel berör avläsningar skillnader mellan olika staplar, användande av skala, till exempel,

1 cm = en miljon.

Resultat diagram

Vid några tillfällen har eleverna gjort markering att om diagrammet börjar på till exempel värdet 200, kommer värden under inte med.

I ytterligare en nivå använder eleven summan av värden i stapeldiagram samt att avgöra hur många som når över ett visst tröskelvärde och att beskriva en bilfärd i linjediagram med pauser inlagda.

Resultat diagram

Vid några tillfällen har eleverna gjort markering att om diagrammet börjar på till exempel värdet 200, kommer värden under inte med.

I ytterligare en nivå använder eleven summan av värden i stapeldiagram samt att avgöra hur många som når över ett visst tröskelvärde och att beskriva en bilfärd i linjediagram med pauser inlagda.

Resultat av undersökningen

1. Skapar det ett engagemang hos elever att skapa egna uppgifter?

Svaret på frågan kan vara både ja och nej. Elever kan göra bra ifrån sig genom att både se nyttan av att genomföra skolarbete och ha vanan till det, det vill säga, eleverna har en vilja att genomföra arbetet.

Resultat av undersökningen

Hos många av de inlämnade arbeten finns underlag till matematiskt resonemang som inte är så vanligt vid traditionella prov och tester. Det ger eleverna en bild av vad de kan skapa och vad matematiken kan utföra.

Resultat av undersökningen

Eleverna har då ett bättre underlag, som

kursplanen anger, att fatta välgrundade vardagsbeslut och ett deltagande i samhällets beslutsprocesser.

Ett generellt intryck undersökningen gav var att eleverna engagerade sig i uppgiften. I merparten av de inlämnade uppgifterna var känslan att eleverna gjort bra ifrån sig och att de haft en vilja att visa vad de kan.

Resultat av undersökningen

2. Hur står sig de egenskapade uppgifterna i relation till skolverkets bedömningsunderlag i matematik?

Att bedöma om eleverna förstått begreppet eller ej var lätt att göra utifrån skolverkets bedömningsmaterial.

Att bedöma de högre betygen kräver mer, till exempel att använda färdiga kriterier eller att ta hjälp med bedömningsexempel från nationella prov i matematik.

Resultat av undersökningen

Ett underlag för formativ bedömning kan också vara att låta elever ta del av andra elevers arbeten och se exempel på vad deras eget nästa steg är.

Det totala intrycket är att elevlösningarna gick bra att bedöma och att se deras betygsnivå med hjälp av Skolverkets kunskapskrav och värdeord i Lgr 11.

Resultat av undersökningen

Behållning av undersökningen var det underlag till formativ bedömning den gav, både att bedöma elevernas nästa steg i utveckling och även ett diskussionsunderlag att jobba utifrån.