VAD ÄR GOD UNDERVISNING I MATEMATIK OCH VAD BEHÖVER MATEMATIKLÄRARE KUNNA?

“Alla elever kan nå en djup förståelse i matematik, och det bör vara varje lärares mål att alla elever når den djupa förståelse och kunskap.”

PETER NYSTRÖM

Innehåll

- Vad menas med god undervisning?
- Ett exempel på god undervisning och slutsatser utifrån det
- En modell för undervisning i matematik och vad vi vill sträva efter
- Några nedslag i forskning
- Vad behöver en matematiklärare kunna?

VAD MENAS MED ”GOD” UNDERVISNING?

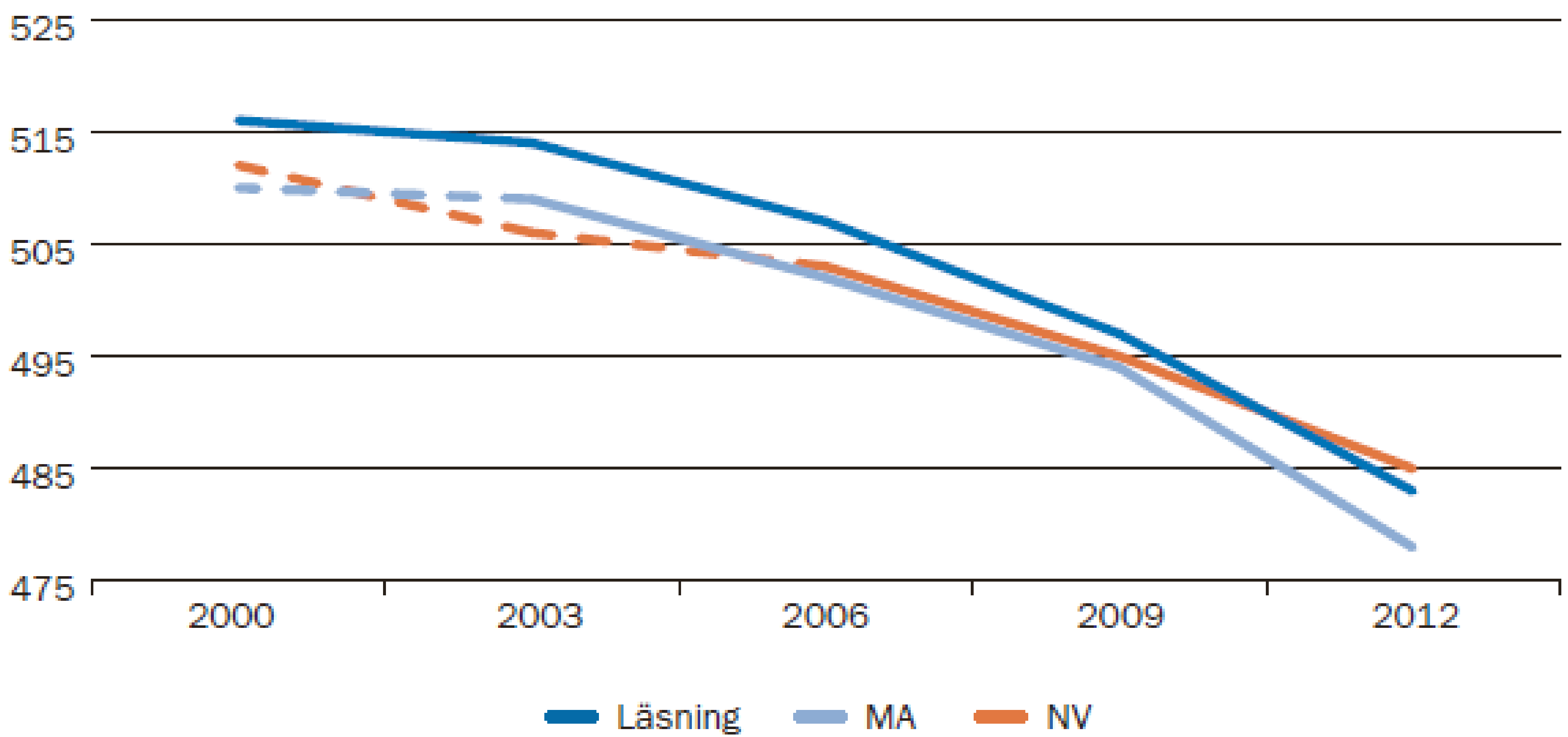
För vem eller vad kan undervisningen vara ”god”?

- Elevernas självkänsla och välbefinnande
- Lärarens självkänsla och välbefinnande
- Skolans rykte
- Elevens lärande i matematik
- Elevens inställning till matematik
- Elevens önskan om att fortsätta lära sig matematik

Förändringar från 2003 till 2012 i matematik enligt PISA (i urval)

- Ökad inre motivation
- Stor ökning i yttre motivation
- Ökad självtillit och mer positiv självuppfattning
- Relationen lärare-elev har förbättrats
- Klassrumsklimatet är relativt dåligt, men har inte ändrats sedan 2003

Figur 6.1 Svenska resultat i PISA mellan åren 2000 och 2012.



(Skolverket, 2013

ÄR GOD UNDERVISNING OLIKA SAKER I OLIKA ÅRSKURSER?

Skillnader att förhålla sig till

- Det matematiska innehållet blir mer och mer komplext
- Eleverna i årskurs 8 är mer negativt inställda till att lära sig matematik än eleverna i årskurs 4
- Svenska elever har högt självförtroende när det gäller att lära sig matematik, och självförtroendet är högre i årskurs 4 än i årskurs 8
- Majoriteten, cirka 60 procent, av de svenska eleverna i årskurs 4 och runt 30 procent av eleverna i årskurs 8 upplever att deras lärare undervisar *mycket engagerande*. Det handlar till exempel om hur eleverna upplever sin lärares förväntningar på eleverna, förmåga att göra sig förstådd, hur ofta läraren låter eleverna få reda på hur de ska förbättra sig inom ämnet etc.

ETT UNDERVISNINGSEXEMPEL I ÅRSKURS 8

TIMSS videostudie
(Stiegler & Hiebert, 1999)

- Började planeras 1993
- Slumpvis valda matematikklassrum
- USA (81), Japan (50) och Tyskland (100)
- Föreställningar om matematikundervisning är inte universella
- En viss undervisningskultur i matematik ger inte elever möjlighet att lösa komplexa problem

Några övergripande resultat

- Undervisning är en kulturell aktivitet
- Undervisning, inte vem läraren är, är den kritiska faktorn
- Det finns brister i metoderna för att utveckla undervisning

Undervisning är en kulturell aktivitet

Vi har skript för undervisning som baseras på föreställningar inom några områden

- Föreställningar om matematik
- Förställningar om lärande
- Föreställningar om lärarens roll
- Föreställningar om individuella skillnader
- Föreställningar om lektionens roll och betydelse

Film från ett japanskt matematikklassrum i åk 8

- http://www.timssvideo.com/
- Kräver gratis inloggning för att se filmerna.
- https://www.youtube.com/watch?v=RjRFeTQfBaI

Vad kan vi se?

- Lektionen finns i ett sammanhang, bygger på det eleverna lärde sig förra gången och leder framåt mot nytt lärande nästa gång
- Fokus på en matematisk idé
- Öppna problem för eleverna, deras svar är inte givna
- Läraren är mycket väl förberedd – har mycket god koll på vilka svar som eleverna kommer att lämna och vilken typ av svar han vill lyfta fram inför hela klassen
- Alla elever har möjlighet att lösa problemet och får hjälp att klara det
- ”Productive struggling” – produktivt stretande

Det japanska mönstret

- Repetition och återkoppling till förra lektionen
- Presentera dagens problem
- Elever arbetar individuellt eller i grupp
- Diskutera lösningsmetoder
- Betoning och summering av de viktigaste punkterna

Shimizu, Y. (2009). Characterizing exemplary mathematics instruction in Japanese classrooms form the learner´s perspective. *ZDM, 41, 311-318.*

- Strukturerad problemlösning
- ”A story or a drama as a metaphor for an excellent lesson”
- Pedagogisk terminologi för att beskriva viktiga inslag i undervisningen

Hatsumon: asking a key question to provoke and facilitate students' thinking at a particular point of the lesson

Yamaba: highlight or climax of a lesson

Matome: highlighting and summarizing the main point

KISHO-TEN-KETSU: a lesson is often regarded as a drama, which has a beginning, leads to a climax, and then invites a conclusion

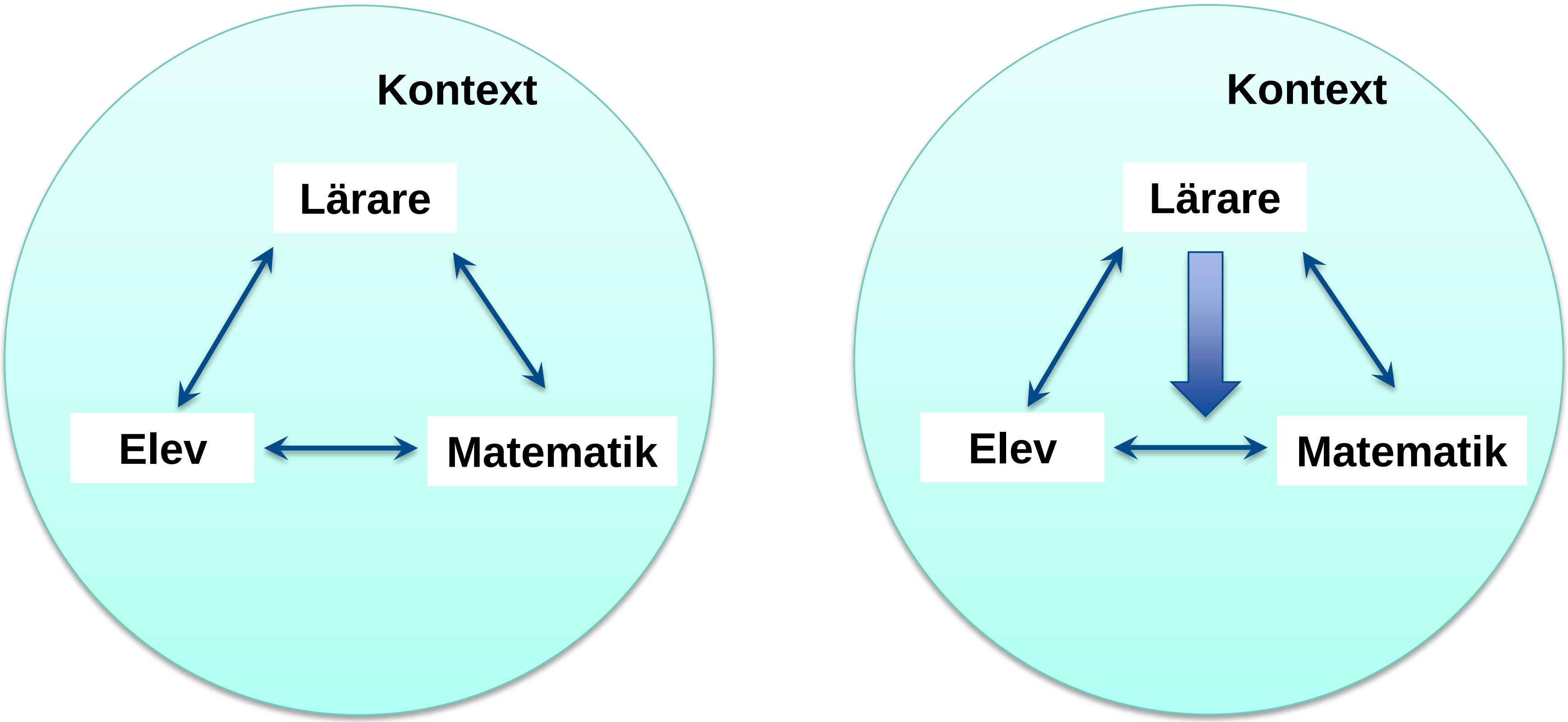
Det svenska mönstret?

- Mycket enskilt arbete i läroboken
- Låg uthållighet hos elever, litet av ”produktivt stretande”
- Låg ”time on task”
- Primärt fokus på färdigheter och mindre på matematiska idéer

Alan Schoenfeld, Undervisning för robust förståelse av matematik

- Matematiken: Hur utvecklas de matematiska idéerna i kursen/avsnittet i denna lektion/lektionssekvens)?
- Kognitiv förväntan: Vilka möjligheter har eleverna att skapa egen mening om matematiska
- Tillgång till matematikinnehåll: Vem deltar och vem deltar inte i de matematiska arbetet i klassen, och hur?
- Ägande, auktoritet och identitet: Vilka möjligheter har eleverna att förklara sina egna och reagera på andras matematiska idéer?
- Användning av bedömning: Vad vet vi om varje elevs tänkande i matematik, och hur kan vi bygga vidare på det?

Kapitel 3: Att undervisa matematik

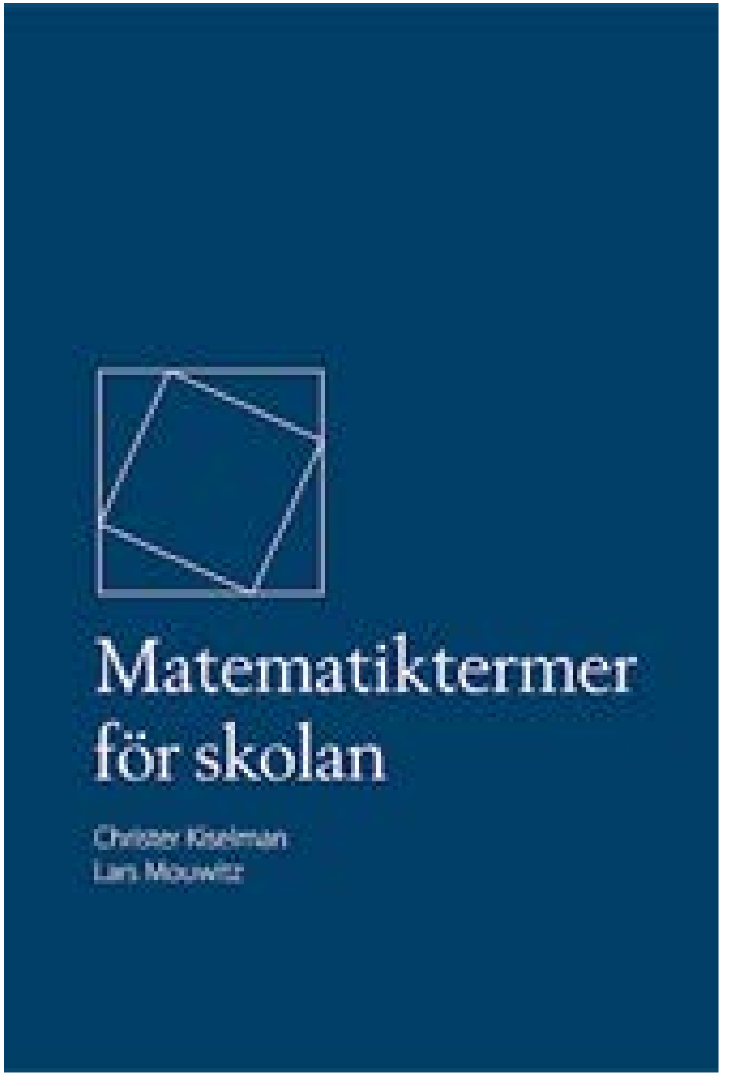


1. Ämnet

- Handlar om i vilken grad det ämnesinnehåll som behandlas är fokuserat och sammanhängande och i vilken grad samband mellan procedurer, begrepp och sammanhang (när det är lämpligt) behandlas och förklaras. Eleverna bör ha möjligheter att lära sig viktigt ämnesinnehåll och viktiga sätt att arbeta med ämnet och utveckla produktiva tankemönster.

Vad är ett begrepp

- Wiktionary: en mental konstruktion som används för att förstå eller beskriva omvärlden
- Jahnke (2016)
  - Benämning
  - Definition
  - Representation
- Kan handla om
  - Objekt
  - Processer
  - Egenskaper

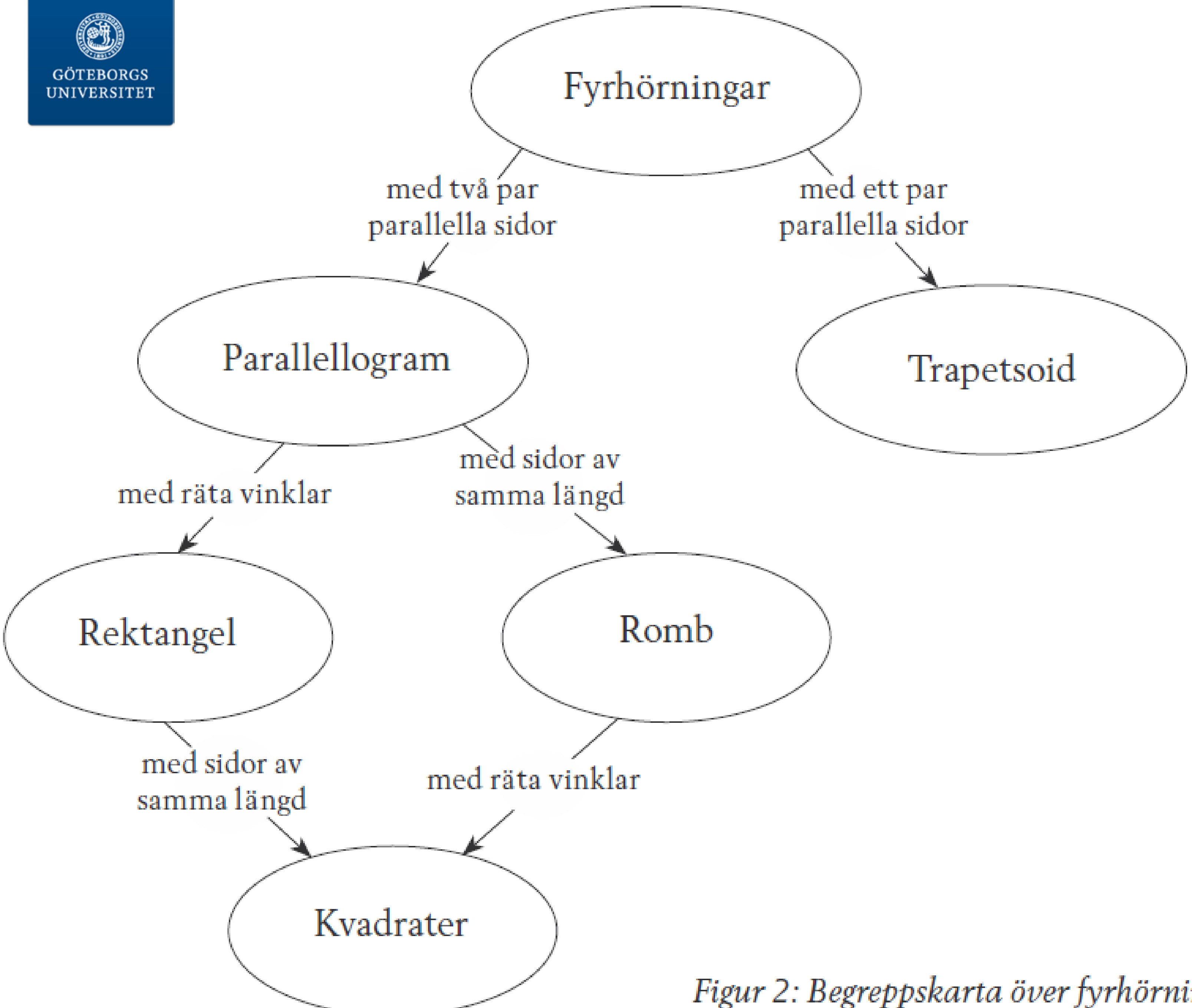


Representationer av begrepp

- Ett och samma begrepp kan ofta representeras på flera olika sätt
- En djup förståelse av ett begrepp kännetecknas av tillgång till flera representationer av begreppet, förmåga att kunna välja representationer som passar i olika sammanhang och förmåga att se samband mellan representationerna
- Ett vanligt exempel är funktionsbegreppets representationer:
  - Verklig situation
  - Formel
  - Graf
  - Tabell

Begreppskartor, två olika typer

- Relationer mellan begrepp
- Representationer av ett och samma begrepp



Figur 2: Begreppskarta över fyrhörningar.

Representationsrutor

Ord (Beskrivning i textform)	**Bild** (Figurer, grafer, mm.)
Symbol (Matematiska tecken)	**Konkret/relevans** (Laboration, föremål, var används matematiken i vardagen)

- **Kan användas som**
  - Undersökning av elevens förförståelse inför ett område
  - Pågående dokument
  - Undersökning av elevens kunskaper efter ett arbetsområde
- **Erfarenheter**
  - eleverna blir mer medvetna om hur de lär sig nya begrepp, eller nya egenskaper hos begrepp
  - eleverna utvecklar sin förmåga att växla mellan olika representationer, vilket i sin tur medför att deras redovisningar blivit tydligare och utförligare
  - elevernas medvetenhet om de olika språkens roll i matematiken gjort att de använder dem mer, framför allt det matematiska svenska fackspråket

https://matematiklyftet.skolverket.se/matematik/content/conn/ContentServer/uuid/dDocName:MLPROD051781?rendition=

Tröskelbegrepp (threshold concepts)

(Meyer och Land, 2003, Kerstin Pettersson, 2009)

- Vissa begrepp (matematiska idéer) är mer avgörande än andra
- Portaler till ett i början problematiskt sätt att tänka om någonting.
- Ofta svåra att lära men när man väl kommit över tröskeln öppnar sig helt nya möjligheter.
- Transformativa, irreversibla och integrativa
  - förståelse för tröskelbegrepp ger ett förändrat synsätt (transformativt)
  - mycket svårt att återvända till tidigare förståelse (irreversibelt).
  - exponerar tidigare dolda samband mellan begrepp inom området (integrativt).

Exempel på ”tröskelbegrepp” i matematik

- Likhetstecknet
- Delnings- och innehållsdivision
- Proportion och proportionalitet
- Variabel
- Koordinatsystem
- Funktion
- Derivata

Exempel 1: Koordinatsystem

- I grunden intuitivt: Positionen hos en punkt på en plan yta kan bestämmas av dess avstånd till två referenslinjer
- René Descartes, Analytisk geometri
- Kännetecknas av betydelsebärande normer och kulturella skillnader
- Utvidgningsbart till fler dimensioner m.m.

Exempel 2: Proportion och proportionalitet

- Vi ser proportionella resonemang som ett centralt begrepp. Å ena sidan är det “krönstenen” för den grundläggande aritmetiken, å andra sidan är det hörnstenen för allt som kommer därefter
(Lesh, Post, & Behr, 1988, sid. 2)

Allting som du gör är koncentrerat till mig
Du har blivit någon sorts mani
Och jag har så lätt att fascineras av dig
Du är kärlekens reguladetri

Reguladetri [redigera | redigera wikitext]

Regula de tri (av lat. regula de tribus 'regeln om tre', av regula här 'regel', de 'om' och tribus 'tre')[1] förekom och användes redan under tidigt 500-tal[2], då indiska matematiker använde räknesättet för att lösa matematiska proportionalitetsproblem. Termen togs bort i den svenska skolmatematiken på 1960-talet och nu använder man enbart just begreppet proportionalitet.

Korsmultiplikation (eller regula de tri) är en algoritm som ofta används för till exempel enhetsomvandlingar, vid beräkning av rationella linjära ekvationer och inom proportionsläran. Den beskriver hur man med tre kända variabler, a, b, c bestämmer den fjärde - d då de är proportionella. Proportionaliteten kan åskådliggöras på följande sätt

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \qquad \{a, b, c, d \neq 0$$

eller

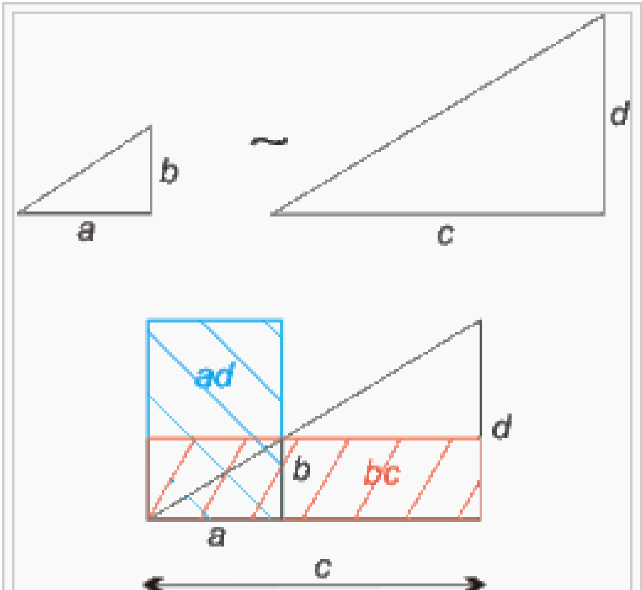
$a : b = c : d$ (utläses: a förhåller sig till b, som c förhåller sig till d.)

Enligt Reguladetri gäller att för en ekvation som ser ut på följande vis

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$$

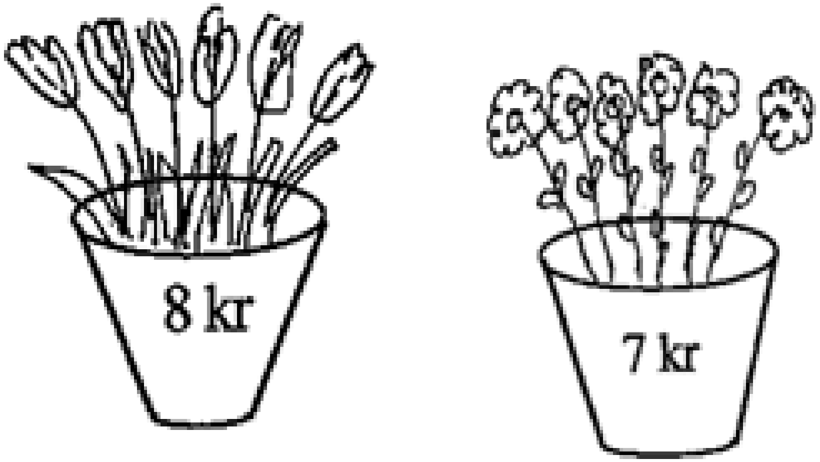
där den eftersökta variabeln finnes i högerledets nämnare, löses variabeln ut genom

$$x = \frac{bc}{a}.$$



20161031

Eva ska ge bort en bukett blommor. Buketten kostar 148 kr. Hur många blommor köper hon av varje sort? (Grevholm, 1991)



Tourniaire & Pulos (1985)

För en matematiker är en proportion ett påstående om att två kvoter är lika, dvs. a/b=c/d. Även om de flesta människor troligen inte känner till den matematiska definitionen av proportioner så använder de dem i vardagliga situationer. Trots dess betydelse i vardagen, i vetenskapliga sammanhang och i utbildningssystemet är proportions-begreppet svårt. Det erövras sent (se t.ex Newton mfl, 1981, eller Pallrand, 1979). Dessutom är det många vuxna som inte visar att de behärskar begreppet (t.ex. Capon och Kuhn, 1979). (sid. 181)

”Proportionalitet” i centralt innehåll

- Olika proportionella samband, däribland dubbelt och hälften (1-3)
- Proportionalitet och procent samt deras samband (4-6)
- Grafer för att uttrycka olika typer av proportionella samband vid enkla undersökningar (4-6)

Godtagbara kunskaper i åk 3

- Eleven kan även använda och ge exempel på enkla proportionella samband i elevnära situationer.

Implicit proportionalitet

- Skala vid enkel förstoring och förminskning.
- Tal i bråk-och decimalform och deras användning i vardagliga situationer.
- Tal i procentform och deras samband med tal i bråk-och decimalform.
- Enkla algebraiska uttryck och ekvationer i situationer som är relevanta för eleven.
- Skala och dess användning i vardagliga situationer.
- Skala vid förminskning och förstoring av två-och tredimensionella objekt.
- Likformighet och symmetri i planet.
- Procent för att uttrycka förändring och förändringsfaktor samt beräkningar med procent i vardagliga situationer och i situationer inom olika ämnesområden.
- Funktioner och räta linjens ekvation. Hur funktioner kan användas för att undersöka förändring, förändringstakt och andra samband.

2. Kognitiva utmaningar/meningsskapande

- Handlar om i vilken grad interaktioner i klassrummet skapar och upprätthåller en miljö av produktiv intellektuell utmaning som befrämjar elevernas utveckling i ämnet. Det handlar om att ”inte mata ämnet till eleverna med sked i tuggvänliga portioner men inte heller att ge så stora utmaningar att eleverna blir vilsna”.

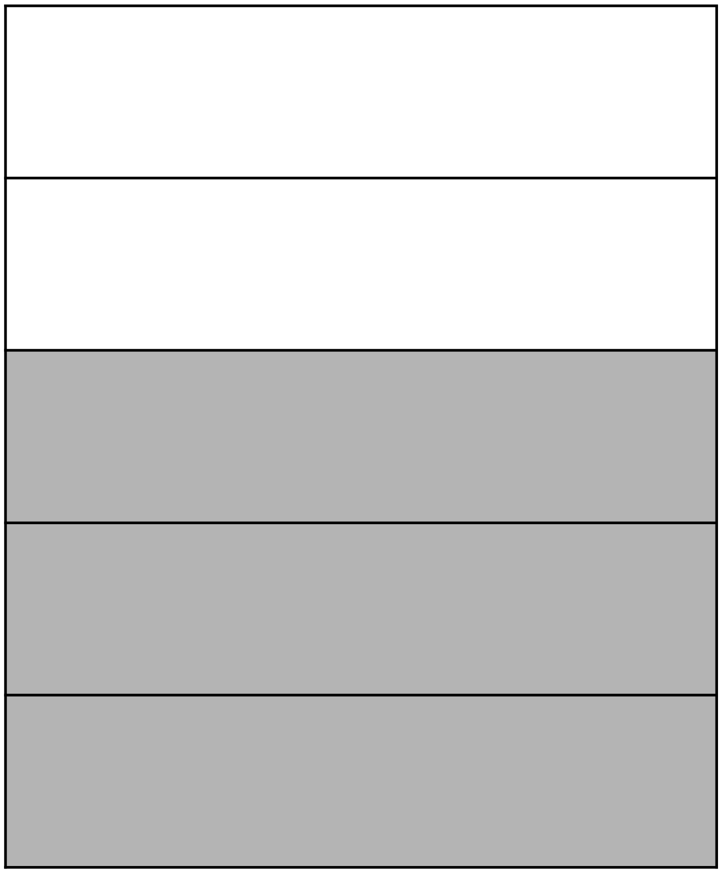
GÖTEBORGS UNIVERSITET

Kognitiv aktivering

- Cognitively activating tasks in the [mathematics] classroom might, for example, draw on students' prior knowledge by challenging their beliefs.
- Cognitive activation may also be prompted by class discussion if a teacher does not simply declare students' answers to be "right" or "wrong" but encourages students to evaluate the validity of their solutions for themselves or to try out multiple solution paths.
- It is often the implementation of tasks in the classroom that trivializes cognitively challenging problems, turning them into routine tasks (Stigler & Hiebert, 2004).

20161031


Minns ni när lärarna brukade säga "Du kommer inte att ha med dig en miniräknare vart du än går". Där hade du fel Britt-Marie!
Tystnaden som uppstår när
Gilla den här sidan · Igår ·
Gilla Kommentera Dela
1,3t
Kronologiskt
144 delningar
129 kommentarer
Visa tidigare kommentarer
6 av 129
Micke Svedberg Stina Olsson
Gilla · Svara · 1 · 3 tim
Rahand Taufic Hawler Rabun Henric Treutiger Alexander Palmer Glenn Olsson hences starka huvudräkning är med andra ord: onödig 100
Gilla · Svara · 1 · 3 tim
7 svar · 2 tim
Linnéa Freudenthal Ida Antonsson
Gilla · Svara · 2 tim
Wilma Carlsson Julia Nilsson
Gilla · Svara · 1 tim
Skriv en kommentar...



a) Kan du se $\frac{3}{5}$ av någonting?

b) Kan du se $\frac{5}{3}$ av någonting?

c) Kan du se $\frac{5}{3}$ av $\frac{3}{5}$?

d) Kan du se $\frac{2}{3}$ av $\frac{3}{5}$?

e) Kan du se $1 \Big/ \frac{3}{5}$?

f) Kan du se $\frac{5}{4} \Big/ \frac{3}{4}$?

3. Tillgång till ämnesinnehåll

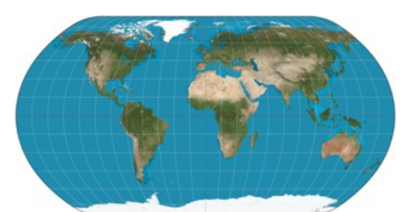
- Handlar om i vilken grad aktiviteter i klassrummet inbjuder till, och stödjer ett aktivt engagemang från **alla** elever i förhållande till det ämnesinnehåll som behandlas. Hur rik den ämnesmässiga diskussionen i klassrummet än är, om det bara är några få elever som engagerar sig i den så duger det inte.

4. ”Agency”, auktoritet och identitet

- Handlar om i vilken grad eleverna har möjligheter att dra slutsatser, förklara, ge ämnesmässiga argument och bygga på varandras idéer på sätt som bidrar till deras utveckling av ”agency” (kapaciteten och villigheten att engagera sig i ämnet) och auktoritet (erkännande för sina uppfattningar i ämnet), som resulterar i positiva identiteter som ”görare” i ämnet.

Steget före-undervisning

- Utgår från erfarenheter från Intensivundervisning
- Nyanlända elever i en klass
- Undervisningen ges av samma matematiklärare som har den ordinarie matematikundervisningen
- Ca 3 tillfällen à 30 minuter per vecka
- Utprövning under 5 veckor, med start i januari 2017
- Undervisningen ges utöver ordinarie undervisningstid
- Förberedelse inför den ordinarie lektionen – ”Steget före-undervisning”
- Läraren: ”Samma” lektion som den ordinarie.



5. Användning av bedömning

- Handlar om i vilken grad läraren gör elevernas tänkande synligt och därefter genomför undervisning som svarar upp mot de idéer som synliggjorts genom att bygga vidare på produktiva idéer och behandla de missuppfattningar som framkommit. Kraftfull undervisning möter eleverna där de är och ger dem möjligheter att utvecklas.

Hur hänger bedömning ihop med undervisning och lärande?

“Assessment and instruction … conceived as curiously separate in both time and purpose.” (Graue, 1993)

Undervisning och lärande

Bedömning

Det finns inga tvivel om att bedömning i skolan är något mycket kraftfullt och inflytelserikt. Bedömningen har kapaciteten att hjälpa eller hindra, att vilseleda eller klargöra, att begränsa eller bemyndiga.(Broadfoot, 2002)

Genomför undervisning?

- ”Genomgångar”
- Förklaringar
- Övningar
- Feedback
- Göra eleverna till resurser för varandra
- Intensivundervisning
- ”Handgriplig” undervisning
- Organisera och ansvara för kvaliteten i lärandesituationer

”Men kunskapsprövningens största värde för läraren ligger otvivelaktigt i den hjälp den ger honom i undervisningsarbetet. Han får möjlighet att överblicka kunskapssituationen i klassen och kan avgöra, vilken form av undervisning som är lämplig, t.ex. i vilka avseenden och i vilka ämnen förutsättningar för en fruktbringande klassundervisning finns.”

Fritz Wigforss, 1939

Frågor att utgå från för att undervisa för robust förståelse (Schoenfeld)

- Ämnesinnehållet: Vilka matematiska idéer tas upp under lektionen och hur utvecklas dessa idéer?
- Kognitiva krav/meningsskapande: Vilka möjligheter ges eleverna att skapa egen mening kring de matematiska idéerna?
- Tillgång till ämnesinnehåll: Vem deltar, och vem deltar inte i det matematikinriktade arbetet i klassen, och varför?
- ”Agency”*, auktoritet och identitet: Vilka möjligheter har elever att förklara sina egna matematiska idéer, och reagera på andras?
- Användning av bedömning: Vad får vi veta om varje elevs nuvarande tänkande kring matematik, och hur kan vi bygga vidare på det?

* ”capacity to act independently”

	The Mathematics	Cognitive Demand	Access to Mathematical Content	Agency, Authority, and Identity	Uses of Assessment
	How accurate, coherent, and well justified is the mathematical content?	*To what extent are students supported in grappling with and making sense of mathematical concepts?*	*To what extent does the teacher support access to the content of the lesson for all students?*	*To what extent are students the source of ideas and discussion of them? How are student contributions framed?*	*To what extent is students' mathematical thinking surfaced; to what extent does instruction build on student ideas when potentially valuable or address misunderstandings when they arise?*
1	Classroom activities are unfocused or skills-oriented, lacking opportunities for engagement in key practices such as reasoning and problem solving.	Classroom activities are structured so that students mostly apply memorized procedures and/or work routine exercises.	There is differential access to or participation in the mathematical content, and no apparent efforts to address this issue.	The teacher initiates conversations. Students' speech turns are short (one sentence or less), and constrained by what the teacher says or does.	Student reasoning is not actively surfaced or pursued. Teacher actions are limited to corrective feedback or encouragement.
2	Activities are primarily skills-oriented, with cursory connections between procedures, concepts and contexts (where appropriate) and minimal attention to key practices.	Classroom activities offer possibilities of conceptual richness or problem solving challenge, but teaching interactions tend to "scaffold away" the challenges, removing opportunities for productive struggle.	There is uneven access or participation but the teacher makes some efforts to provide mathematical access to a wide range of students.	Students have a chance to explain some of their thinking, but "the student proposes, the teacher disposes": in class discussions, student ideas are not explored or built upon.	The teacher refers to student thinking, perhaps even to common mistakes, but specific students' ideas are not built on (when potentially valuable) or used to address challenges (when problematic).
3	Classroom activities support meaningful connections between procedures, concepts and contexts (where appropriate) and provide opportunities for engagement in key practices.	The teacher's hints or scaffolds support students in productive struggle in building understandings and engaging in mathematical practices. 20161031	The teacher actively supports and to some degree achieves broad and meaningful mathematical participation; **OR** what appear to be established participation structures result in such engagement.	Students explain their ideas and reasoning. The teacher may ascribe ownership for students' ideas in exposition, **AND/OR** students respond to and build on each other's ideas.	The teacher solicits student thinking and subsequent instruction responds to those ideas, by building on productive beginnings or addressing emerging misunderstandings.

GÖTEBORGS UNIVERSITET

Hur korrekt, sammanhängande och välmotiverat är ämnesinnehållet?

1. Klassrumsaktiviteter saknar fokus eller är fokuserade på färdigheter, utan möjligheter till engagemang i centrala praktiker som att resonera, lösa problem, arbeta laborativt.
2. Aktiviteter är primärt inriktade på färdigheter, med ytliga (och flyktiga) kopplingar mellan procedurer, begrepp och sammanhang (när det är lämpligt), och minimal uppmärksamhet på centrala praktiker.
3. Klassrumsaktiviteter stödjer meningsfulla kopplingar mellan procedurer, begrepp och sammanhang (där det är lämpligt), och erbjuder möjligheter till engagemang i centrala praktiker

The Mathematics
How accurate, coherent, and well justified is the mathematical content?
Classroom activities are unfocused or skills-oriented, lacking opportunities for engagement in key practices such as reasoning and problem solving.
Activities are primarily skills-oriented, with cursory connections between procedures, concepts and contexts (where appropriate) and minimal attention to key practices.
Classroom activities support meaningful connections between procedures, concepts and contexts (where appropriate) and provide opportunities for engagement in key practices.

GÖTEBORGS UNIVERSITET

I vilken utsträckning får eleverna stöd i att ge sig i kast med och begripliggöra ämnesmässiga begrepp?

1. Klassrumsaktiviteter struktureras så att eleverna mestadels memoriserar fakta, tillämpar memoriserade procedurer och/eller arbetar med rutinuppgifter.
2. Klassrumsaktiviteter ger möjligheter till begreppslig rikedom eller problemlösningsutmaningar, men interaktioner i klassrummet tenderar att lotsa eleverna förbi svårigheter, och ta bort möjligheter till produktivt stretande.
3. Lärarens tips och stöd stödjer eleverna i produktivt stretande (”productive struggling”), i att bygga förståelse och i att engagera sig i ämnesrelevanta praktiker.

Cognitive Demand
To what extent are students supported in grappling with and making sense of mathematical concepts?
Classroom activities are structured so that students mostly apply memorized procedures and/or work routine exercises.
Classroom activities offer possibilities of conceptual richness or problem solving challenge, but teaching interactions tend to "scaffold away" the challenges, removing opportunities for productive struggle.
The teacher's hints or scaffolds support students in productive struggle in building understandings and engaging in mathematical practices.

GÖTEBORGS UNIVERSITET

I vilken utsträckning stödjer läraren alla elevers tillgång till innehållet i lektionen?

1. Det är skillnad i tillgång till eller deltagande i ämnesinnehållet, och det finns inga synliga ansatser (eller ansträngningar) att göra något åt det.
2. Det är ojämlik tillgång eller deltagande, men läraren göra vissa ansträngningar att erbjuda tillgång till ämnet för en bred grupp av elever.
3. Läraren ger aktivt stöd och åstadkommer i viss mån ett brett och meningsfullt ämnesmässigt deltagande ELLER något som ser ut att vara etablerade deltagande-strukturer resulterar i ett sånt engagemang.

Access to Mathematical Content
To what extent does the teacher support access to the content of the lesson for all students?
There is differential access to or participation in the mathematical content, and no apparent efforts to address this issue.
There is uneven access or participation but the teacher makes some efforts to provide mathematical access to a wide range of students.
The teacher actively supports and to some degree achieves broad and meaningful mathematical participation; **OR** what appear to be established participation structures result in such engagement.

GÖTEBORGS UNIVERSITET

I vilken utsträckning är eleverna källan till idéer och diskussioner av dem? Hur tas elevernas bidrag om hand?

1. Läraren startar konversationer. Eleverna gör korta inlägg (en mening eller mindre) och inläggen begränsas av vad läraren säger eller gör.
2. Eleverna får möjlighet att förklara en del av deras tänkande, men ”eleverna spår, men läraren rår”. I diskussionerna utforskas inte elevernas idéer, eller används som utgångspunkt för undervisning.
3. Elever förklarar sina idéer och resonemang. Läraren kan tillskriva ägandeskap till elevers idéer i sin förklaring, OCH/ELLER elever reagerar på och bygger på varandras idéer.

Agency, Authority, and Identity
To what extent are students the source of ideas and discussion of them? How are student contributions framed?
The teacher initiates conversations. Students' speech turns are short (one sentence or less), and constrained by what the teacher says or does.
Students have a chance to explain some of their thinking, but "the student proposes, the teacher disposes": in class discussions, student ideas are not explored or built upon.
Students explain their ideas and reasoning. The teacher may ascribe ownership for students' ideas in exposition, **AND/OR** students respond to and build on each other's ideas.

I vilken utsträckning kommer elevernas tänkande till ytan: i vilken utsträckning bygger undervisning på elevernas idéer när de är potentiellt värdefulla eller behandlar missuppfattningar när de visar sig?

1. Elevernas resonerande bringas inte till ytan på ett aktivt sätt eller följs upp. Lärarens agerande begränsas till rättande feedback eller uppmuntran.
2. Läraren refererar till elevers tänkande, kanske till och med till vanliga misstag, men specifika elevers idéer används inte (när de är potentiellt värdefulla) eller används för att behandla utmaningar (när de är problematiska).
3. Läraren lockar fram elevers tänkande och efterföljande undervisning svarar mot dessa idéer, genom att bygga på produktiva starter eller behandla framträdande missuppfattningar.

Uses of Assessment
To what extent is students' mathematical thinking surfaced; to what extent does instruction build on student ideas when potentially valuable or address misunderstandings when they arise?
Student reasoning is not actively surfaced or pursued. Teacher actions are limited to corrective feedback or encouragement.
The teacher refers to student thinking, perhaps even to common mistakes, but specific students' ideas are not built on (when potentially valuable) or used to address challenges (when problematic).
The teacher solicits student thinking and subsequent instruction responds to those ideas, by building on productive beginnings or addressing emerging misunderstandings.

NÅGRA ANDRA FORSKNINGSRESULTAT

Alan Schoenfeld (2010): How we think

- Beslutsfattande i klassrummet är en funktion av lärarens
  - Resurser (framförallt deras kunskaper men också de verktyg som de har till förfogande)
  - Orientering (en generalisering av föreställningar, inklusive värderingar och preferenser)
  - Mål (vilka ofta väljs mot bakgrund av orientering och tillgängliga resurser)

Lärare gör skillnad!

John Hattie (2009):
Vad lärare gör spelar roll!

An active teacher, passionate for their subject and for learning, a change agent

OR

A facilitative, inquiry or discovery based provider of engaging activities

John Hattie: Activator or Facilitator ?

An Activator

Reciprocal teaching

Feedback

Teaching students self-verbalization

Meta-cognition strategies

Direct Instruction

Mastery learning

Goals - challenging

Frequent/ Effects of testing

Behavioral organizers

A Facilitator

Simulations and gaming

Inquiry based teaching

Smaller class sizes

Individualized instruction

Problem-based learning

Different teaching for boys & girls

Web-based learning

Whole Language Reading

Inductive teaching

Activator or Facilitator ?

An Activator	*ES*
Reciprocal teaching	.74
Feedback	.72
Teaching students self-verbalization	.67
Meta-cognition strategies	.67
Direct Instruction	.59
Mastery learning	.57
Goals - challenging	.56
Frequent/ Effects of testing	.46
Behavioral organizers	.41
ACTIVATOR	***.60***

A Facilitator	*ES*
Simulations and gaming	.32
Inquiry based teaching	.31
Smaller class sizes	.21
Individualized instruction	.20
Problem-based learning	.15
Different teaching for boys & girls	.12
Web-based learning	.09
Whole Language Reading	.06
Inductive teaching	.06
FACILITATOR	***.17***

Baumert m.fl. (2010):

- Tre undervisningskomponenter har konsekvent framträtt som avgörande för att sätta igång och upprätthålla insiktsfulla lärandeprocesser på matematiklektioner (Brophy, 2000;Helmke, 2009; Scheerens&Bosker, 1997; Seidel & Shavelson, 2007; Shuell, 1996;Walberg & Paik, 2000;Walshaw & Anthony, 2008).
- De tre komponenterna är:
  - Kognitivt utmanande och välstrukturerade möjligheter till lärande
  - Stöd för lärande genom att följa lärandeprocessen, ge individuell återkoppling och anpassa undervisningen
  - Effektiv klassrums- och tidsledning ("classroom and time management")

Faktorer som är kopplade till upprätthållande av kognitiva krav på hög nivå
QUASAR-projektet (Stein m.fl. 2009)

- Elever stöds i sitt tänkande och resonerande
- Elever ges verktyg för att följa sin egen utveckling
- Läraren eller kompetenta elever visar exempel på prestationer på hög nivå
- Lärare efterfrågar motiveringar
- Uppgifter bygger på vad eleverna redan kan
- Lärare gör frekventa begreppsliga kopplingar
- Lagom mycket tid avsätts för elevers undersökande aktiviteter – inte för litet, inte för mycket

Faktorer som hör ihop med låga kognitiva krav

- Uppgifternas problematiska aspekter ”rutiniseras” (t.ex. pressar eleverna läraren att reducera uppgiftens komplexitet genom att tala om vilka procedurer eller steg som krävs, läraren tar över tänkandet och resonerandet och talar om för eleven hur problemet ska lösas)
- Läraren flyttar tyngdpunkten från mening, begrepp eller förståelse till hur korrekta eller kompletta svaren är
- Den tid som ges till att brottas med uppgiftens krävande aspekter är otillräcklig, eller för mycket tid ges och eleven börjar ägna sig åt annat än uppgiften

Faktorer som hör ihop med låga kognitiva krav (forts.)

- Problem med klassrumshanteringen hindrar uthålligheten med aktiviteter på hög kognitiv nivå
- Uppgifter är inte lämpliga för vissa elever (t.ex. eleverna engagerar sig inte i aktiviteter på hög kognitiv nivå eftersom de saknar intresse, motivation eller förkunskaper som krävs för att lyckas, uppgiftens förväntningar är inte tillräckligt tydliga för att placera eleverna i det rätta kognitiva rummet)
- Elever hålls inte ansvariga för produkter och processer på hög kognitiv nivå (t.ex. även när eleverna uppmanas att förklara hur de tänker så accepteras oklara eller felaktiga elevförklaringar, elever ges intrycket att vad de gör inte räknas i förhållande till betyg)

Vad behöver en lärare kunna?

- Ämneskunskap (content knowledge)
- Engagemang i eleverna
- Pedagogisk ämneskunskap (pedagogical content knowledge, Schulman)
- Ledarfärdigheter

Teaching is a complex task that involves assembling a set of specific practices, activities, and resources (such as materials, a designated allocation of time, teachers' skills, personalities, and styles) around or in terms of one or several educational purposes.

To be successful teachers must organize and arrange these multiple factors in ways so that they are effective in cultivating the learning of a particular group of students – not some abstract student population but a real classroom or school-sized group of persons with individual personalities, backgrounds, and other particularities.

The knowledge useful for teachers in carrying out this task is practical information organized in the form of a repertoire of practices, strategies, and ideas that are effective for those teachers in the particular setting.
(Sanders och McClutcheon, 1986, s. 50)

Sammanfattning

- Vad menas med ”god” undervisning?
- Kognitiv utmaning – problemlösningslektioner
- Ökat fokus på matematiska idéer och begrepp
- ”Time on task”
- Ge elever möjlighet att uppskatta ”produktivt stretande”

Jo Boaler (2013), Stanford

- In mathematics education we suffer from the widespread, distinctly American idea that only some people can be “math people.” This idea has been disproved by scientific research showing the incredible potential of the brain to grow and adapt.
- Narrow mathematics teaching combined with low and stereotypical expectations for students are the two main reasons that the U.S. is in dire mathematical straights.

Referenser

- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., et al. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal, 47(1), 133-180.*
- Boaler, J. (2013, Nov 12). The stereotypes that distort how Americans teach and learn math. *The Atlantic. Retrieved from http://www.theatlantic.com/education/archive/2013/11/the-stereotypes-that-distort-how-americans-teach-and-learn-math/281303/*
- Hattie, J. (2009). *Visible learning. London: Routledge.*
- Sanders, D. P., & McCutcheon, G. (1986). The development of practical theories of teaching. *Journal of Curriculum and Supervision, 2(1), 50-67.*
- Schoenfeld, A. H. (2010). *How we think. A theory of goal-oriented decision making and its educational applications.* New York: Routledge.
- Schoenfeld, A. H. (2014). What makes for powerful classrooms, and how can we support teachers in creating them? *Educational Researcher, 43(8),* 404-412.
- Skolverket. (1996). *Grundskola för bildning: Kommentarer till läroplan, kursplaner och betygskriterier. Retrieved from Stockholm:*