

Kombinatorik som källa till problemlösning

Mullsjö 2018
Ingemar Holgersson
Högskolan Kristianstad

Vem är jag?

- Universitetslektor i matematik vid HKr
- Lärarutbildare sedan 1985
- Forskningsintressen
 - Lärande i matematik
 - Barns lärande i aritmetik
 - Hur stimulera lärare utveckla sin matematik-
undervisning GÖMU, ÄLMA
 - Har medverkat med att skapa moduler i
matematiklyftet.

Vad är kombinatorik?

- Behandlar oftast frågor gällande urval ur ändliga mängder
- En del av den diskreta matematiken
- Tre typer frågor
 - Hur många? På hur många sätt?
 - Finns det något sätt något kan göras på?
 - Hur ser en optimal lösning ut?

Multiplikationsprincipen

- Lisa har 2 olika byxor och 3 olika tröjor. På hur många sätt kan hon kombinera dessa kläder?
- På hur många sätt kan en kö om 5 personer se ut?
- Hur många handskakningar?

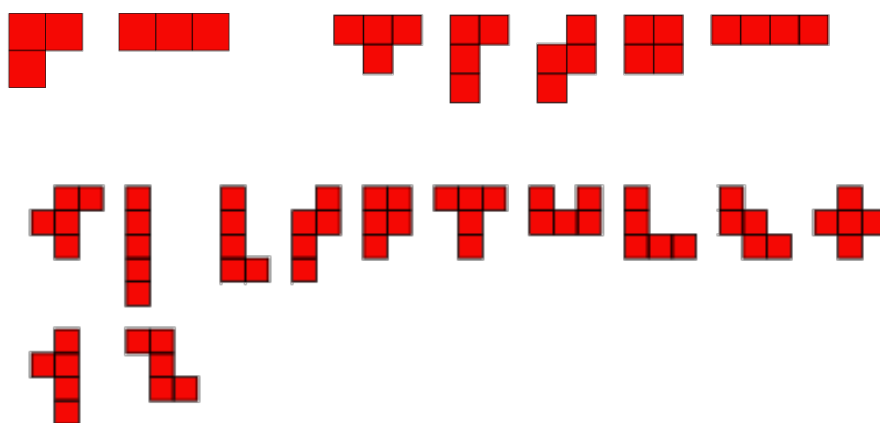
Parketläggning

- Tänk dig att du har ett område som är 2 gånger 10 enheter stort. Hur kan du täcka detta med "dominobrickor" (dvs brickor som är 1 gånger 2 enheter)?
- På hur många sätt kan du göra detta?
- Analogi med rytmer

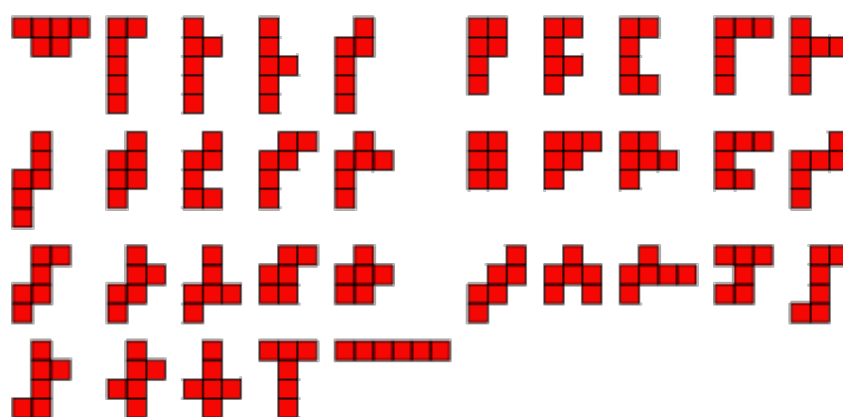
Parketläggning

n	alla	1 =	2 =	3 =	4 =	5 =	summa
1	1						1
2	1	1					2
3	1	2					3
4	1	3	1				5
5	1	4	3				8
6	1	5	6	1			13
7	1	6	10	4			21
8	1	7	15	10	1		34
9	1	8	21	20	5		55
10	1	9	28	35	15	1	89

Triomino, tetromino, pentomino



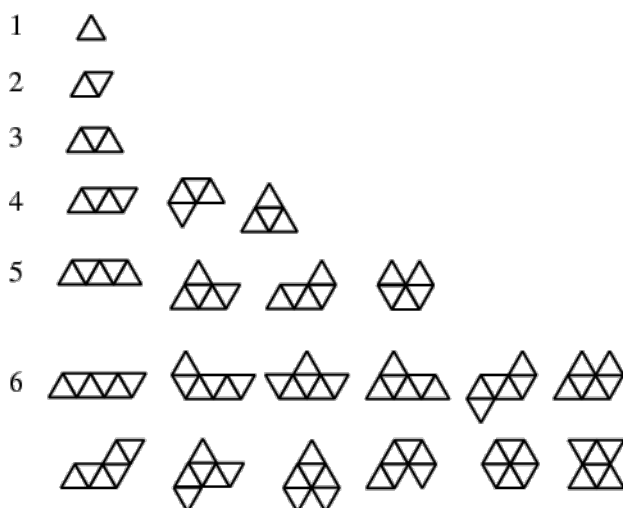
Hexomino



Liksidiga trianglar

- Hur många olika figurer kan du göra med
 - 2 trianglar
 - 3 trianglar
 - 4 trianglar
 - osv.

Polyiamonds



bar, crook, crown, sphinx, snake

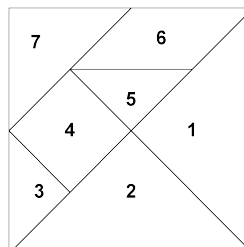
yacht

chevron, signpost, lobster, hook, hexagon,

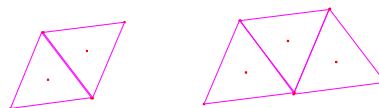
butterfly

2-D mönster med olika former

- Halva kvadrater
 - 2 bitar ger 3 olika former



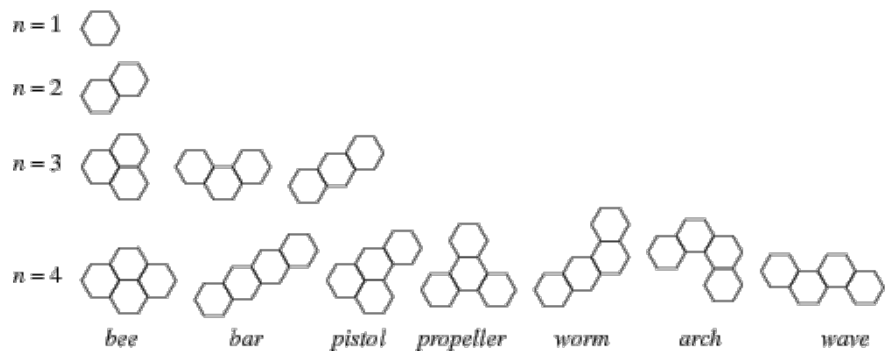
- Liksidiga trianglar
 - 2 bitar ger en form
 - 3 bitar också



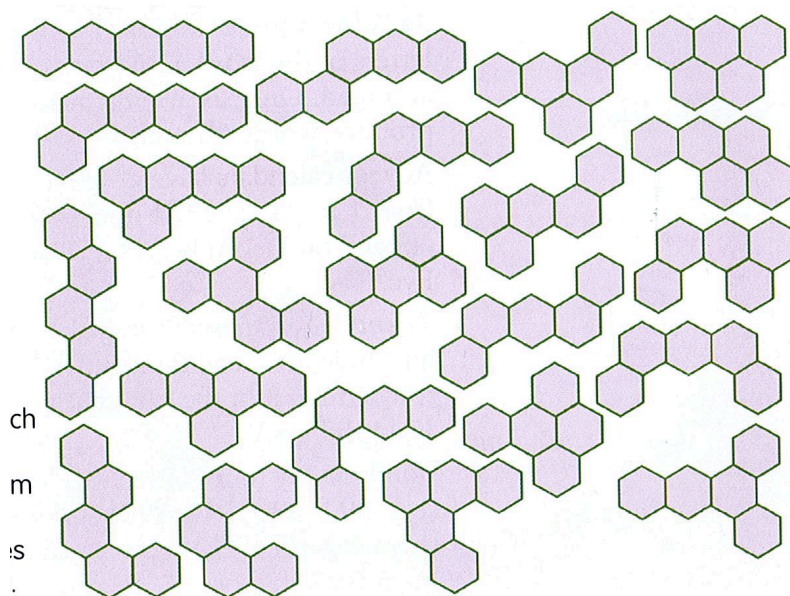
Liksidiga 6-hörningar

- Hur många olika figurer kan du göra med
 - 2 hexagoner
 - 3 hexagoner
 - 4 hexagoner
 - osv.

Polyhexes



Pentahexagons



Antal figurer av olika slag

N	Polyominoes	Polyiamonds	Polyhexagons
1	1	1	1
2	1	1	1
3	2	1	3
4	5	3	7
5	12	4	22
6	35	12	82
7	108	24	333
8	369	66	1448
9	1285	160	6572
10	4655	448	30490

Kattmammorna

Tre kattmammor hade tillsammans 9 kattungar.
Hur många kattungar hade varje kattmamma?



(Kerstin Hagland)

16

Kattmammorna

<u>7 1 1</u>	2 6 1	7 1 1	3 sätt
6 2 1	2 5 2	6 2 1	6 sätt
<u>6 1 2</u>	2 4 3	5 3 1	6 sätt
5 3 1	2 3 4	5 2 2	3 sätt
5 2 2	2 2 5	4 4 1	3 sätt
<u>5 1 3</u>	<u>2 1 6</u>	4 3 2	6 sätt
4 4 1	1 7 1	<u>3 3 3</u>	1 sätt
4 3 2	1 6 2	Summa	28 sätt
4 2 3	1 5 3		
<u>4 1 4</u>	1 4 4		
3 5 1	1 3 5		
3 4 2	1 2 6		
3 3 3	<u>1 1 7</u>		
3 2 4			
<u>3 1 5</u>	$1+2+3+4+5+6+7 = 28$		

Kattmammorna

1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	6	10	15	21	28	36	45	55
4	10	20	35	56	84	120	165	220
5	15	35	70	126	210	330	495	715

Kattmammorna

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

8 mellanrum

På hur många sätt kan 2 streck sättas ut?

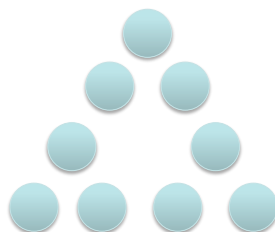
$$\frac{8 * 7}{2}$$

$$\binom{n-1}{k-1}$$

Frukostbaren

- På en frukostbar finns det 3 stamgäster med dåligt morgonhumör, så innan de ätit frukost tål de inte varandra. På hur många sätt kan barägaren placera ut dessa stamgäster så att inte någon av dem behöver sitta intill varandra, ifall han har 10 stolar längs bardisken?

Placera talen 1–9 i triangeln, så att summan blir lika stor längs var och en av triangelns sidor.



Slutsatser

- Kombinatorik är ett område som ger tillfälle till att
 - Arbeta undersökande
 - Utveckla sin förmåga att arbeta systematiskt
 - Diskutera vad som skiljer olika former åt, olika sorters symmetrier
 - Göra tabeller
 - Se mönster och formulera hypoteser
 - Inte bara talmönster, utan även symmetrier

En sommarnöt

- Placera talen 1 – 9 i rutorna nedan, så att var och en av de fyra raka delarna får samma summa.

