

Utveckla matematiskt tänkande med
stöd av intensivundervisning - konkreta
exempel från undervisningen



VÄSTERÅS STAD

SMaLs sommarkurs i Mullsjö 2023

Föreläsare



Bodil Lövgren

Skolutvecklare &
processledare matematik
Enheten för forskning och
skolutveckling

bodil.lovgren@vasteras.se



Cecilia Johansson

Speciallärare i matematik
Apalbyskolan f-åk 6

cecilia4.johansson@vasteras.se



Vad ska vi prata om idag?

- Forskningsbakgrund – Response to intervention
 - Kartläggning och identifiering
 - Analys
- Hands-on-exempel på intensivundervisning om positionssystemet och decimaltal



FORSKNING, RESULTAT, ANALYS OCH UNDERVISNING



Forskning bakom intensivundervisningen

- Fletcher & Vaughn, 2009 – Respons to intervention (RTI)
- Gersten et al., 2009 – genomförandet av RTI
- Bryant et al., 2016 – en-till-en undervisning
- Pellegrini et al., 2018 – en-till-få och en-till-en

- Hattie effektstorlek på RTI: 1,07

- Metaanalys över effektiva undervisningsmetoder
 - Explicit undervisning
 - Multipla strategier
 - Sekvens av uppgifter
 - Verbalisering
 - Representationer



Response to Intervention (RTI)

helklass



grupp



en-till-en

- Utveckla och anpassa undervisningen så att gruppen får en undervisning av god kvalitet
- Screening med taluppfattningstest för att upptäcka elever i riskzon
- Elever med kunskapsluckor erbjuds **intensivundervisning** i grupp
- Intensivundervisningen bör handla om rationella tal för åk 5-9
- Elever som fortfarande har kunskapsluckor erbjuds **intensivundervisning** en-till-en
- Särskilt stöd av speciallärare



Bedömningsstöd (muntlig): testresultat klass- och individnivå

Talraden														
Rams- räkna	Räkna uppåt	Räkna nedåt	Efter	Före	Steg- räkning	Antals- konstans	Upp- skattning	Minsk- ning	Fler	Färre	Upp- delning av tal	Hälften	Dubbelt	Skriftliga uppgifter
U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7	U8	U9	U10a	U10b	U11	U12a	U12b	SkrUpp
M	H	H	H	H	M	M	M	M	H	H	M	M	M	M
M	M	M	M	M	M	M	M	F	M	M	M	M	M	M
M	L	L	M	M	M	M	L	F	F	L	L	F	F	M
M	H	H	H	H	H	M	M	H	H	H	H	H	H	M
M	M	H	M	H	M	M	H	M	M	M	H	M	M	M
M	M	H	M	M	M	M	M	L	H	M	H	M	M	M
M	M	L	L	L	F	L	L	M	L	L	M	F	F	L
M	H	H	H	H	H	M	M	H	H	H	H	H	H	M
H	H	H	H	H	H	M	M	M	M	H	H	M	M	M
M	H	H	H	H	H	M	M	H	H	H	H	H	H	H
M	M	M	M	M	M	L	M	L	L	F	M	L	L	M
F	L	L	L	F	F	L	L	L	L	F	L	F	F	L
M	M	L	M	M	M	M	M	M	M	M	M	L	L	M
M	M	H	M	M	F	M	M	M	M	M	M	M	M	M
M	H	H	H	H	M	M	H	H	H	H	H	H	H	H
M	M	M	M	M	M	M	M	H	H	H	H	M	M	M
M	H	M	H	M	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
M	H	H	H	H	H	H	M	H	H	H	H	H	H	M
M	H	H	H	H	M	M	H	H	H	H	H	M	H	H
M	M	M	M	M	F	L	L	M	F	L	M	L	F	M
M	M	M	L	L	M	L	L	F	L	L	M	L	F	M



Bedömningsstöd (skriftlig): testresultat

klass- och individnivå

1a	1b	1c	2a	2b	2c	3a	3b	4a	4b	4c	5a	5b	6a	6b	6c	6d	7a	7b	7c	7d	8a	8b	8c	8d	9
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1
1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1						1	1	1			0		1	1	1		0		1	
1	1	1	0	1	0	0	1	0			1	1	1	1		1	1	1	1	1	1				
1	0		1	0	0	0	0				1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0
1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0

Vem behöver intensivundervisning?

- Elev med kunskapsluckor
- Elev med bra betyg i de flesta ämnen, men låga prestationer i matematik
- Elev som behöver förkunskaper inför ett arbetsområde i klassen
- Elev med låga resultat på screening och som tillsammans med matematikläraren bedöms aktuell för intensivundervisning
 - Om eleven har andra mer generella inlärningssvårigheter behöver elevens behov av särskilt stöd utredas
 - Eleven behöver inse behovet av stöd och vara motiverad att göra något åt det



Intensivundervisning

Organisation:

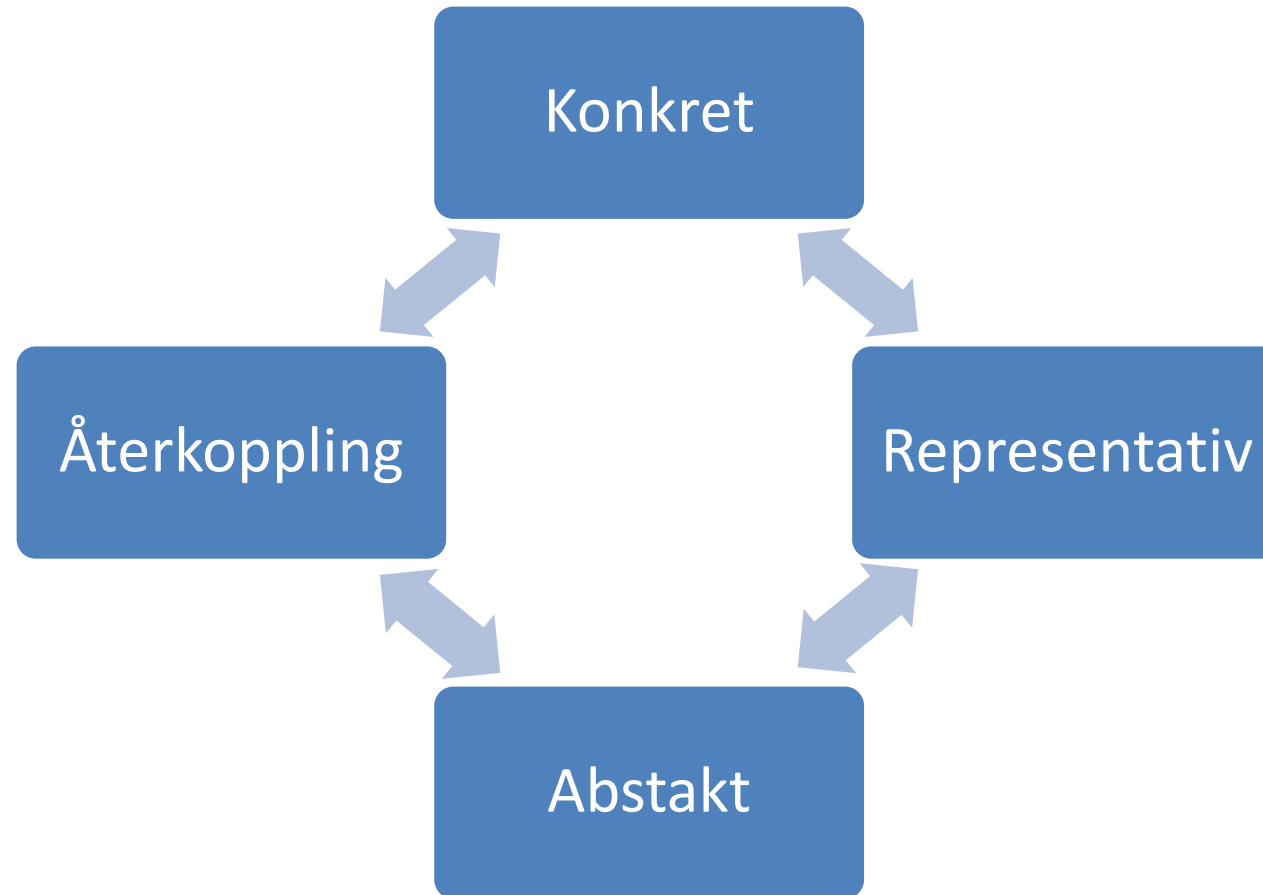
- 4 tillfällen/vecka i 10 veckor
 - åk 1-3 20 min
 - Åk 4-6 25 min
- Kvalificerad lärare

Syfte:

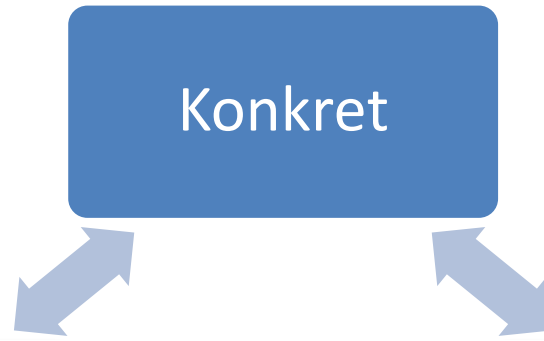
- Täppa till kunskapsluckor
- Förundervisning



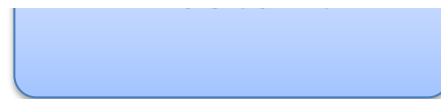
Undervisningens 4 faser



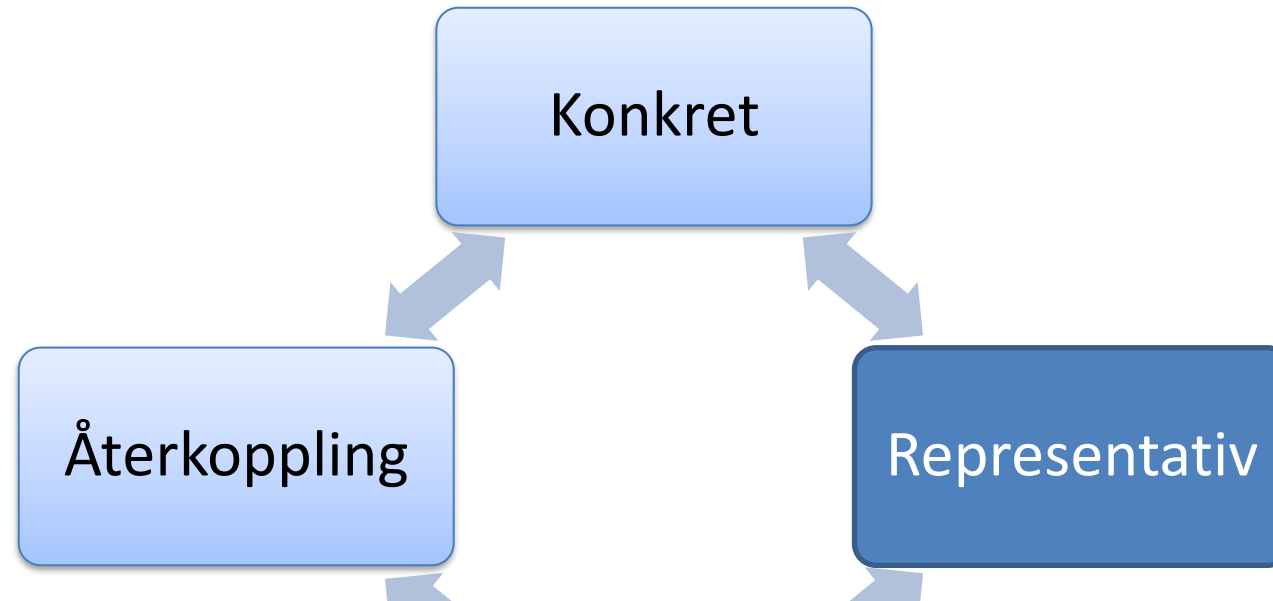
Undervisningens 4 faser



- Muntligt introducera matematiska begrepp och idéer med konkret material
- Undersöka och lösa muntliga matematiska uppgifter och problem med stöd av lärare

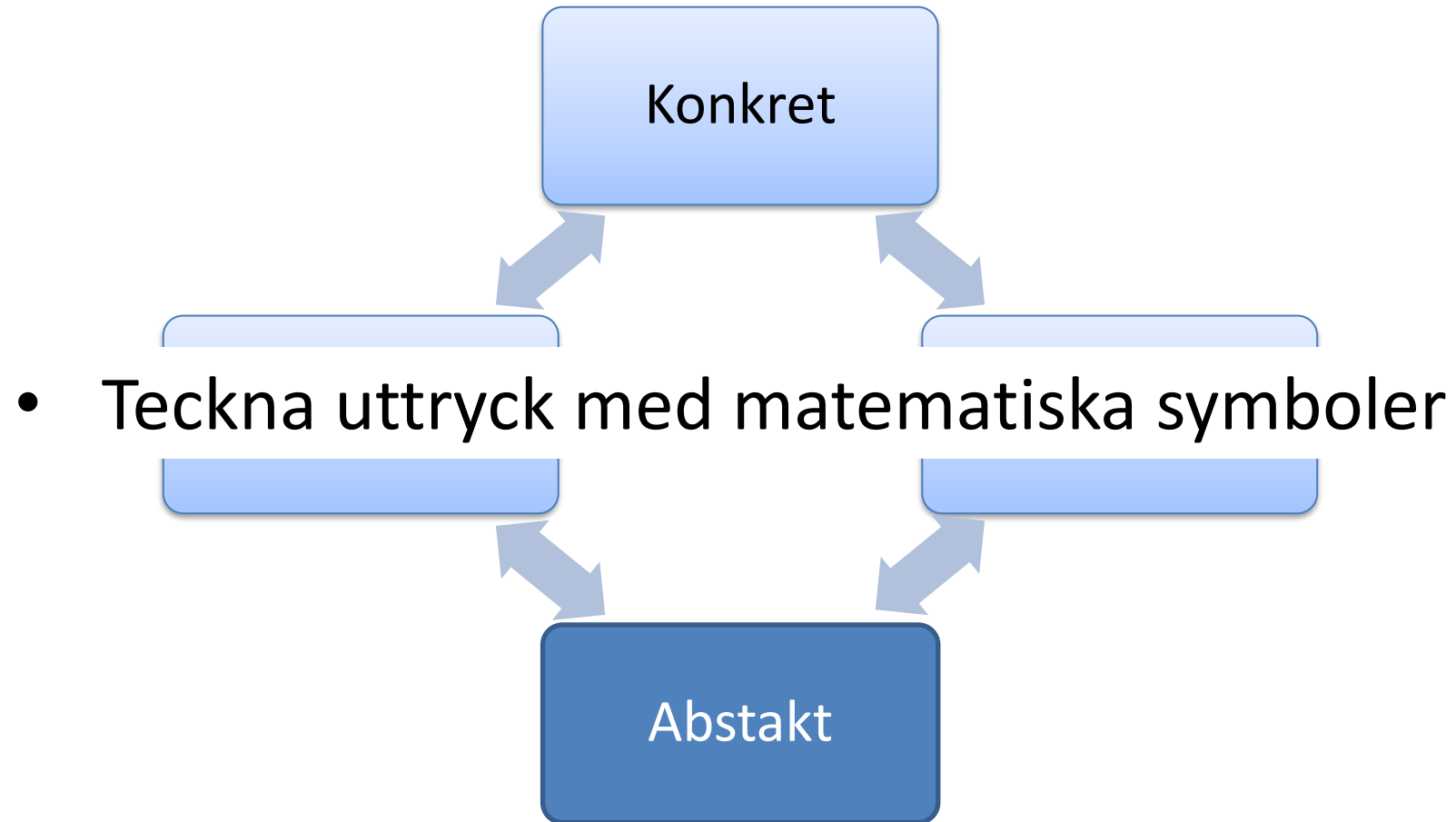


Undervisningens 4 faser

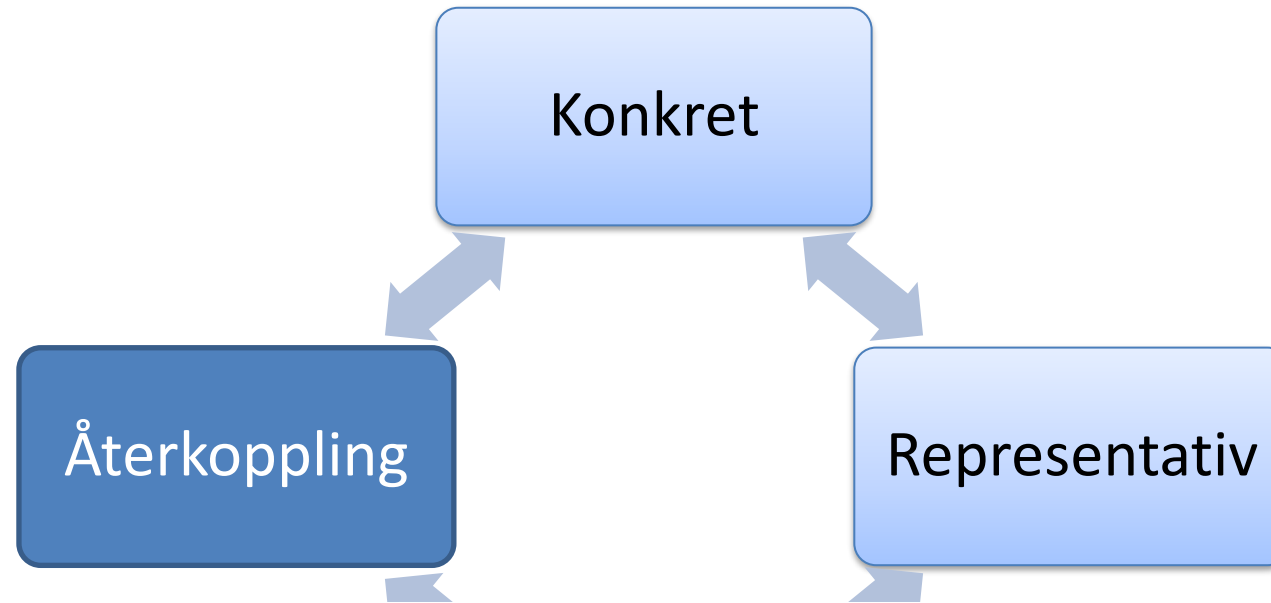


- Arbeta med representationer av matematiska begrepp och använda matematiska resonemang tillsammans med lärare

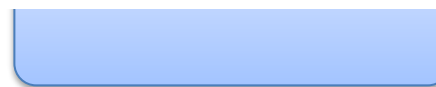
Undervisningens 4 faser



Undervisningens 4 faser



- Befästa begrepp och samband mellan olika matematiska begrepp



Långtidsminnet



- Koda in
 - avlasta arbetsminnet
 - förebygg missförstånd
- Lagra
 - repetera

Långtidsminnet



ers



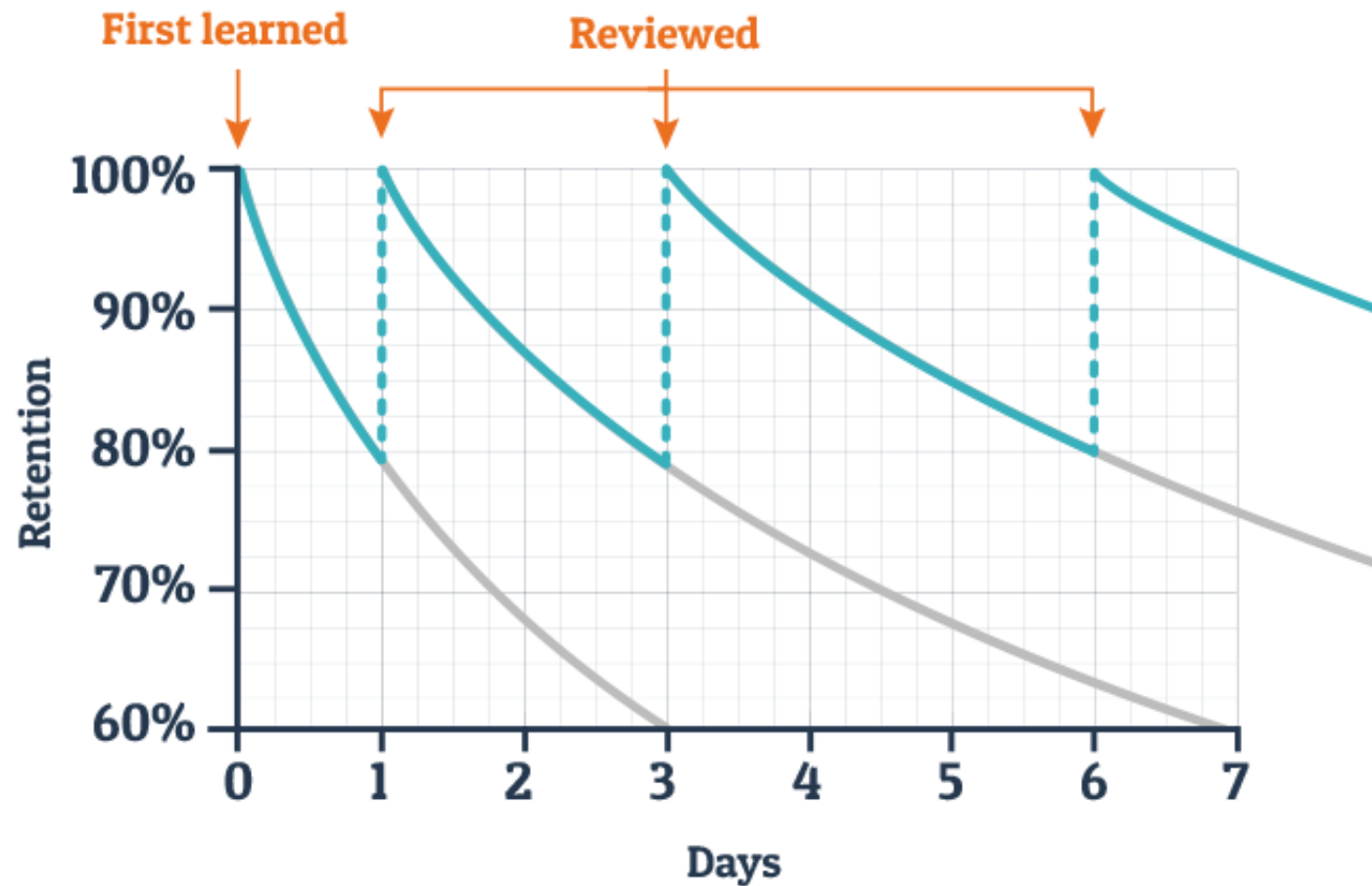
Långtidsminnet



- Koda in
 - avlasta arbetsminnet
 - förebygg missförstånd
- Lagra
 - repetera
 - glömskekurva

Långtidsminnet

Typical Forgetting Curve for Newly Learned Information



Långtidsminnet



- Koda in
 - avlasta arbetsminnet
 - förebygg missförstånd
- Lagra
 - repetera
 - glömskekurva
- Framplockning av information ur långtidsminnet
 - frågesport, starters

- Matematikängslan



HANDS-ON INTENSIVUNDERVISNING OM POSITIONSSYSTEMET OCH DECIMALTAL



Positionssystemet

Vilka missuppfattningar finns?



Positionssystemet

- Positionen avgör värdet
- Talen 11-19 som entalstal
- Nollans funktion
- Generalisera 10-tal
- En till en räknar



Decimaltal

Vilka missuppfattningar finns?



Decimaltal

- Inte förstått positionssystemets uppbyggnad och syfte.
(Multiplikation/division 10, 100, 1000 – lägg till/stryk nollor)
- Heltal och decimaler ses som separata delar.
- Decimaler tolkas på samma sätt som heltal.
- Tvåsiffriga decimaltal är större än ensiffriga.
- Rak högerkant



Hur många stickor har jag?



Talen 0-100

- Talramsans 0-100
- Gruppering av 10:or
- Ental 1-9, tiotal 10-90
- Tiotal och ental
- Symboler (egyptiska)



Positionen avgör värdet



Positionen avgör värdet

- Fåror (siffrans värde)
- Nollans betydelse
- Byt ut klossar mot siffor
- Rita
- Skriv talen med siffror
- Samband och skillnader mellan ental och tiotal.

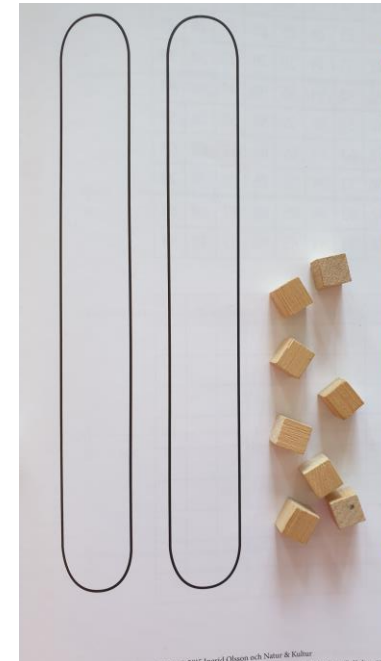


Börja räkna



Börja räkna

- Addition
 - Ental eller tiotal (stickor och egyptiska)
 - Ental eller tiotal (fårar och siffror)
- Subtraktion
 - Ental eller tiotal (stickor och egyptiska)
 - Ental eller tiotal (fårar och siffror)
- Addition och subtraktion
 - Tiotal eller ental
- Addition och subtraktion
 - Tvåsiffriga tal



Decimaltal



Decimaltal

Räkna utan övergångar

TUSEN- TAL	HUNDRA- TAL	TIO- TAL	EN- TAL	TION- DELAR	HUNDRA- DELAR	TUSEN- DELAR
				,		
tusen				hela	tiondelar	hundra delar



Multiplikation och division med 10 och 100

TUSEN- TAL	HUNDRA- TAL	TIO- TAL	EN- TAL	TION- DELAR	HUNDRA- DELAR	TUSEN- DELAR
tusen				hela	tiodelar	hundredelar



Decimaltal

- Positionssystemet för hela tal.
- Hur många finns av varje talsort? 200 hur många tiotal, ental?
- Bråk kopplat till decimaltal.
- 10 gånger större...
- Tal som är ...tiondelar större
- Tal som är ...tiondelar mindre



Förberedelser

- Vad är målet?
- Noggrann planering (4 faser)
- Gör avstickare?
- Konkret material



Erfarenheter av intensivundervisning

- Information till och nära kontakt med vårdnadshavare
- Se till att det finns med i elevens schema och dokumenterat som en extra anpassning.
- Jobba med elevens självförtroende och tilltro till sin förmåga – aktuella elever har ofta ett utpräglad flyktbeteende



Utvärdering av intensivundervisning

- Uppföljning på nästa bedömningsstöd.
- Lärarens upplevelser
- Elevens självbild och självkänsla



Effekter av intensivundervisning

- Intensivundervisning ger:
- Mer kunskaper inom området

- Men också:
- Ökad aktivitet på vanliga mattektioner
- Börjar koppla samman matematiken, börjar kunna generalisera $5+2$, $50+20$, $500+200$. Kan göra 10-hopp och 100-hopp
- Förbättrat självförtroende i matematik, vilket ger förbättrade resultat i matematik generellt.



Organisation

- Åk 1
- Intensivperioder åk 2-6
- 6 veckor
- Förskoleklassen
- När?
 - På morgonen innan skolstart
 - Eftermiddag efter skoltid
 - Under skoltid men ej på matematiklektioner



Kartläggningen

- Samrådsmöten
- Undervisningen
- Lärarens kunskaper
- Elevintervjuer/förlängd kartläggning





Frågestund



Referenser

Bryant, B. R., Pedrotty Bryant, D., Porterfield, J., Dennis, M. S., Falcomata, T., Valentine, C., Brewer, C., & Bell, K. (2016). The effects of a tier 3 intervention on the mathematics performance of second grad students with severe mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 49(2), 176-188.

Fletcher, J. M., & Vaughn, S. (2009). Response to Intervention: Preventing and Remediating Academic Difficulties. *Child Development Perspectives*, 3(1), 30-37. <https://doi.org/https://doi.org/10.1111/j.1750-8606.2008.00072.x>

Gersten, R., Beckman, S., Clarke, B., Foegen, A., Marsh, L., Star, J. R., & Witzel, B. (2009). Assisting students struggling with mathematics: Response to Intervention (RtI) for elementary and middle schools. National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Educational Sciences, U.S. Department of Education. <https://doi.org/http://ies.ed.gov/ncee/wwc/publications/practiceguides/>.

Pellegrini, M., Lake, C., Inns, A., & Slavin, R. E. (2018). Effective programs in elementary mathematics: A best-evidence synthesis. Retrieved 20200408, from <http://www.bestevidence.org/>

Sterner, G. (2020). En effektiv modell. I L. Nilsson (red.), *Intensivundervisning i matematik* (s. 7 – 22). NCM.

Hattie, J., Fisher, D. & Frey, N. (2017). *Framgångsrik undervisning i matematik: en praktisk handbok*. (Första utgåvan). Stockholm: Natur & kultur.

McIntosh, A. (2020). *Förstå och använda tal*. NCM.

Olsson, I & Sterner, G. (2014). *Intensivträning i matematik: Räknemetoder utan övergångar*. Stockholm: Natur och kultur.

Olsson, I & Sterner, G. (2015). *Intensivträning i matematik: Taluppfattning 1-100*. Stockholm: Natur och kultur.

Olsson, I & Sterner, G. (2015). *Intensivträning i matematik: Talen 11-19*. Stockholm: Natur och kultur.

