

Kombinatorik som källa till problemlösning

Mullsjö 2023

Ingemar Holgersson

Vem är jag?

- F.d. universitetslektor i matematik vid HKR
- Lärarutbildare 1985 - 2020
- Forskningsintressen
 - Lärande i matematik
 - Barns lärande i aritmetik
 - Hur stimulera lärare utveckla sin matematik-
undervisning GÖMU, ÄLMA
 - Har medverkat med att skapa moduler i
matematiklyftet.
 - Medverkat till att skapa Fingu, en app för iPad

Vad är kombinatorik?

- Behandlar oftast frågor gällande urval ur ändliga mängder
- En del av den diskreta matematiken
- Tre typer frågor
 - Hur många? På hur många sätt?
 - Finns det något sätt något kan göras på?
 - Hur ser en optimal lösning ut?

Multiplikationsprincipen

- Lisa har 2 olika byxor och 3 olika tröjor. På hur många sätt kan hon kombinera dessa kläder?
- På hur många sätt kan en kö om 5 personer se ut?
- Hur många handskakningar?

Kattmammorna

Tre kattmammor hade tillsammans 9 kattungar.
Hur många kattungar hade varje kattmamma?



Kattmammorna

<u>7 1 1</u>	2 6 1	7 1 1	3 sätt
6 2 1	2 5 2	6 2 1	6 sätt
<u>6 1 2</u>	2 4 3	5 3 1	6 sätt
5 3 1	2 3 4	5 2 2	3 sätt
5 2 2	2 2 5	4 4 1	3 sätt
<u>5 1 3</u>	<u>2 1 6</u>	4 3 2	6 sätt
4 4 1	1 7 1	<u>3 3 3</u>	1 sätt
4 3 2	1 6 2	Summa	28 sätt
4 2 3	1 5 3		
<u>4 1 4</u>	1 4 4		
3 5 1	1 3 5		
3 4 2	1 2 6		
3 3 3	<u>1 1 7</u>		
3 2 4			
<u>3 1 5</u>			

$$1+2+3+4+5+6+7 = 28$$

Kattmammorna

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	3	4	5	6	7	8	9	10	
3	6	10	15	21	28	36	45	55	
4	10	20	35	56	84	120	165	220	
5	15	35	70	126	210	330	495	715	

Kattmammorna

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

○ ○ ○ | ○ ○ ○ | ○ ○ ○

8 mellanrum

På hur många sätt kan 2 streck sättas ut?

$$\frac{8 * 7}{2}$$

$$\binom{n-1}{k-1}$$

Dela en spaghetto

Hur många bitar får man ifall man delar en spaghetto ...

- 1 gång?
- 2 gånger?
- 3 gånger?
- 4 gånger?
- OSV.

Dela ett papper

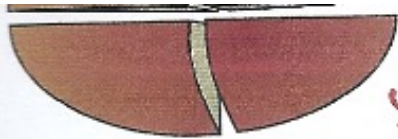
Hur många områden kan man maximalt göra ifall man delar ett A4-papper med ...

- 1 rät linje?
- 2 räta linjer?
- 3 räta linjer?
- 4 räta linjer?
- OSV.

Dela en potatis

Hur många bitar kan man maximalt få ifall man delar en potatis med ...

- 1 rakt snitt?
- 2 raka snitt?
- 3 raka snitt?
- 4 raka snitt?
- OSV.



worms and pieces of string, you simply get one more piece for each cut you make –

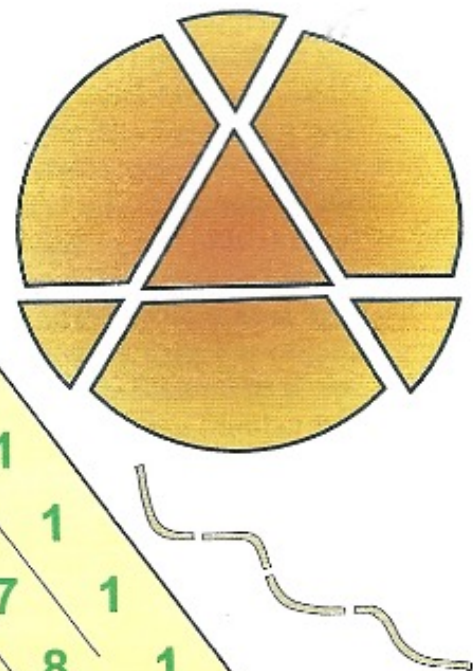
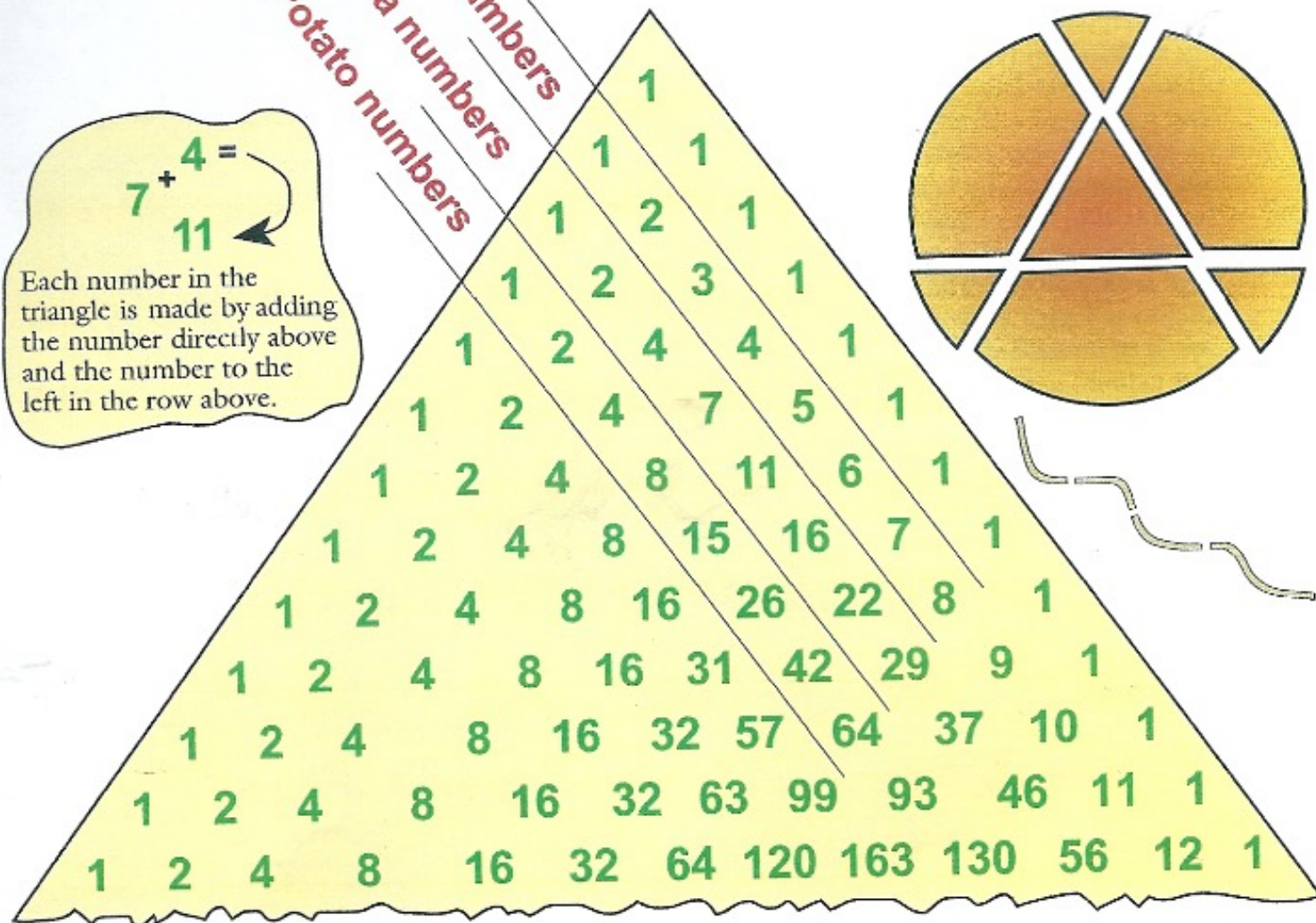
2, 3, 4, 5, 6 ...

We will call these 'spaghetti numbers'.

The triangle of numbers provides an easy way to work out potato, pizza and spaghetti numbers.

Spaghetti numbers
 Pizza numbers
 Potato numbers

$$7 + 4 = 11$$
 Each number in the triangle is made by adding the number directly above and the number to the left in the row above.



Områden i en cirkel

Utgå från en cirkel med ett visst antal punkter på periferin.

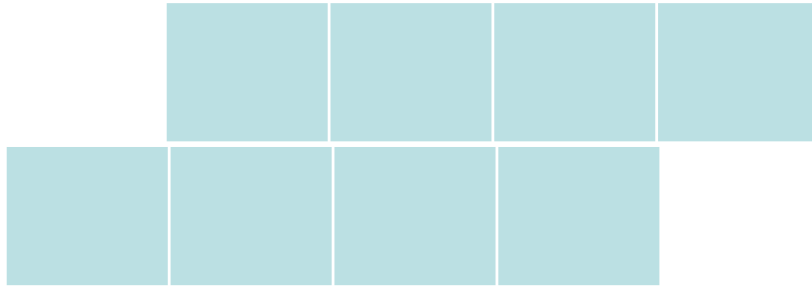
Hur många områden kan man maximalt skapa i cirkeln, genom att dra kordor mellan punkterna, ifall man utgår från ...

- 2 punkter?
- 3 punkter?
- 4 punkter?
- OSV.

Hur förändras arean?

O = 14 l.e

A = 8 a.e.



Hur förändras arean ifall omkretsen ökar med 4 längdenheter?

- Vilket är det minsta antalet rutor man kan lägga till?
- Vilket är det största antalet?

Parkettläggning

- Tänk dig att du har ett område som är 2 gånger 10 enheter stort. Hur kan du täcka detta med markstenar som är 1 gånger 2 enheter?
- Rita
- På hur många sätt kan du göra detta?
- Analogi med rytmer

Parkettläggning

n	alla	1 =	2 =	3 =	4 =	5 =	summa
1	1						1
2	1	1					2
3	1	2					3
4	1	3	1				5
5	1	4	3				8
6	1	5	6	1			13
7	1	6	10	4			21
8	1	7	15	10	1		34
9	1	8	21	20	5		55
10	1	9	28	35	15	1	89

Slutsatser

- Kombinatorik är ett område som ger tillfälle till att
 - Arbeta undersökande
 - Utveckla sin förmåga att arbeta systematiskt
 - Dokumentera
 - Diskutera vad som skiljer olika former åt, olika sorters symmetrier
 - Göra tabeller
 - Se mönster och formulera hypoteser
 - Inte bara talmönster, utan även symmetrier

En sommarnöt

- Placera talen 1 – 9 i rutorna nedan, så att var och en av de fyra raka delarna får samma summa.

